[융합]

과학고 연구과제(R&E) 결과보고서

블랙-숄즈 방정식을 이용한 주식 가격의 예측

(Prediction of Stock Prices from Black Scholes Equation)

연 구 기 간 : 2012. 3. 1 ~ 2013. 2. 28
연구책임자 : 임상연(충남과학고 수학교육학전공)
지 도 교 수 : 정치봉(순천향대 경제금융학과)
참 여 학 생 : 김준호(충남과학고 1년)
김지현(충남과학고 1년)
성성민(충남과학고 1년)
이윤재(충남과학고 1년)
함창수(충남과학고 1년)

이 보고서는 2012년도 정부(과학기술진흥기금/복권기금)의
재원으로 한국과학창의재단의 지원을 받아 수행된 성과물입니다.

한국과학창의재단
Korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity

제 1 장 사업개요

1. 연구의 필요성 및 목적

수학이라는 학문을 연구함에 있어 교사주도 학습에서 탈피하여 학생 중심의 자기 주도적 학습 방법을 익혀 학생 스스로 발견의 기쁨을 갖게 하며 학생 개개인의 수학에 대한 흥미와 관심을 유발시켜 수학적 활동에서 즐거운 시간이 되도록 하고 더 나아가 수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하여 수학적으로 사고하는 능력을 길러주고자 한다.

금융수학분야는 다양한 수학이론들을 접할 수 있는 분야이며, 학생들이 수학의 실용성을 쉽게 체험할 수 있는 분야 중 하나이다. 학생들은 본 연구를 통하여 고등학교 교육과정의 순열, 조합 및 통계이론과 미적분을 보다 심층적으로 배울 수 있으며 그 응용방법을 습득 하는데 그 목적이 있다. 또한 옵션가격 결정 모형 등을 공부하면서, 공분산, 미분적분, 미분 방정식 등 다양한 수학적 개념들을 습득할 수 있으며, 특히 블랙-숄즈 방정식과 같이 현대 금융수학에서 자주 사용되는 방정식을 경험함으로서 수학적으로 사고하는 능력을 길러 실생활과 관련된 여러 가지 분야에 대해 안목을 넓히고 문제를 합리적으로 해결 할 수 있는 능력과 태도를 기르는데 이 연구의 목적이 있다.

2. 연구목표 및 수행내용

가. 연구목표

○ 금융 수학에 대한 기초지식을 습득하고 블랙−숄즈 방정식을 유도한다.

○ 기업주식을 옵션으로 간주하여 주식의 이론적 가치를 옵션가격결정모형을 이용하여 평가해본다.

○ 학생들의 수학적 탐구 수행능력을 배양한다.

나. 추진내용

○ 고교수준의 통계이론에서부터 공분산과 중심극한정리의 고급이론 까지 금융수학을 배우기 위한 기초 수학개념들을 정리하였다.

○ 금융공학에서 쓰이는 기초 용어를 정리하였고, 이를 바탕으로 옵션, 주식, 채권 등 파생상품의 수학적 원리를 탐구하여 콜옵션과 풋옵션의 생성원리, 옵션 공정가격 구하기, 일일 투자수익률 등 금융 산업에서 자주 쓰이는 이론들을 학습 정리하였다.

○ LG전자의 3년 주가 데이터를 이용하여 실제 주가의 분포가 정규분포와 얼마나 유사한지 엑셀을 이용하여 그래프로 표현하면서 모집단의 분포와 표본 집단의 분포사이의 관계를 체험하였다. 또한 모집단이 정규분포라고 가정하고 평균, 표본 분산 등을 이용하여 난수생성원리를 통해 몬테카를로 시뮬레이션으로 6개월 후의 주가의 추이를 그래프로 나타내 보았다.

○ 옵션 공정가격 추정 모형을 탐구하면서 블랙-숄츠 방정식을 직접 유도해 보았으며 이를 통해 수학이 금융공학에서 어떻게 사용되는지 체험하였다. 또한 학생들이 옵션에서 사용되는 블랙- 숄츠 방정식을 주가예측에 사용하기 위하여 가정들을 주식의 상황에 맞게 변환하였고, 특히 C++프로그램으로 자신들이 생각한 가설을 바탕으로 실제 주가를 예측해 보았다.

제 2 장 사업 추진전략 및 방법

1. 추진 전략

본 연구의 수행 전략은 다음과 같이 단계별로 연구 내용을 구성하여 연구 수행하였다.

단 계	수행전략 및 연구내용	비고
Ⅰ	◉ 기본개념학습 - 확률 및 통계 이론 - 미분적분 이론 - 금융상품 용어 및 개념 정립	연구책임자, 학생
Ⅱ	◉ 금융 파생상품 탐구 - 채권 - 옵션 - 주식	연구책임자, 학생, 전문가
Ⅲ	◉ 주식시장의 분포 탐구 - LG전자 3년 데이터 수집분석 - 평균, 표준편차를 이용 분포그래프 작성 정규분포와 비교 - 몬테 카를로 시뮬레이션 실시	연구책임자, 학생
Ⅳ	◉ 옵션 공정가격모형 탐구 - 블랙-숄츠방정식 유도 - 일일 투자 수익률계산 방법 탐구 - 옵션 공정가격 계산	연구책임자, 학생, 전문가
Ⅴ	◉ 주가 예측모형 개발 - 블랙 숄츠 방정식 수정 - C++언어를 이용한 프로그래밍 - LG전자 2013년 6월 주가 예측	연구책임자, 학생, 전문가

2. 추진방법

가. 본 연구는 월 2회 4시간의 과제연구 및 4시간의 수학반 동아리 활동과 방과후 집중 탐구시간을 이용하여 수시로 연구 활동을 수행하였다.

나. 수행 전략에 따라 각 단계별로 연구수행에 필요한 기본 학습을 연구책임자의 강의 또는 학생 주도적 학습을 한 후 단계별 탐구활동을 전개하였다.

다. 기본적인 탐구 활동을 한 후 외부 전문가를 초청하여 금융수학에 관한 심화학습 및 탐구활동을 하였다.

라. 학생별로 단계에 따라 공통 또는 각각의 임무와 역할을 부여하고 계속적인 토론식 협동학습과 탐구활동을 하게 하였으며, 연구책임자와 외부전문가는 단계에 따라 역할 분담을 통하여 학생에 대한 강의와 탐구과정을 지도하여 연구수행이 효율적으로 이루어지도록 하였다.

제 3 장 사업추진 내용 및 수행 결과

1. 연구기간 : 2012. 03. 01 – 2013. 02. 28

2. 세부연구계획

연구내용	추 진 일 정									
	3/4	5	6	7	8	9	10	11	12	1/2
문헌연구 및 연구과정 자료개발										
기초조사 및 주제에 대한 기초학습활동										
주제 학습 및 탐구학습, 집중학습										
주제에 연구활동 및 발견사실 정립										
연구활동 결과 정리 및 일반화, 결과발표										
자료개발 빛 결과보고서 작성 및 제출										

3. 프로젝트 적용 수업모델

과학적 창의력을 향상하기 위해서 본 연구에서 적용되는 프로젝트 수업모델은 다음과 같다.

가. 주제선정 : 주제 선정 단계에서 학생의 주요활동은 프로젝트 주제를 설정하기위해서 자료를 수집하고 토론 과정을 거쳐 프로젝트 주제를 설정하게 된다.

나. 계획수립 : 프로젝트 시행을 위한 종합계획서를 작성하게 된다. 이 과정에서 학생은 과학적 창의력 함양을 위하여 문제를 분석하고, 아이디어를 산출, 분류하여 아이디어를 종합하는 과정을 수행한다.

다. 프로젝트 수행 : 이 단계에서 학생은 프로젝트 수행계획에 따라 프로젝트 활동을 한다. 또한 학생은 문제해결과정에서 수집된 자료를 활용하여 프리젠테이션 자료를 제작한다. 학생들은 컴퓨터와 멀티미디어를 이용하기 때문에 이 과정에서 ICT활용능력을 높이게 된다. 특히 이 과정에서 문제해결에서의 정보와 아이디어를 종합하여 정리하고, 수학적 아이디어를 독창적으로 다양하게 표현한다.

라. 평가 : 학생의 주요활동은 프로젝트 전과정에 대한 학습활동, 내용 등에 포함된 포트폴리오를 정리하여 제출하는 것이고 프로젝트 완성품에 대한 독창성, 심미성을 판단하고 평가한다.

4. 추진결과

가. 금융공학 및 통계 등 다양한 수학적 배경지식 습득

나. 옵션 가격 결정 모형 등의 원리탐구

다. 주가 예측 모형 개발

제 4 장 성과 및 활용계획

과학고등학교 학생은 미래의 과학자로 고등학교 단계에서 기본적인 학문 능력과 탐구능력 신장이 중요하다. 사사과정을 통하여 학생들에게 교육과정의 기본학습과 문제 풀이 중심의 학습에서 벗어나 심화학습과 자기주도학습 능력을 신장시킬 수 있었다. 특히 현대사회에서 응용수학의 꽃이라 불리우는 금융수학분야를 탐구하면서 과학자로서 필요한 통계적 지식과 금융사회에서 필용한 금융지식을 익힐 수 있었으며, 블랙-숄츠방정식과 같은 수학적 지식이 어떻게 활용되는지 구체적인 체험을 할 수 있는 좋은 기회였다. 학생들은 옵션의 가격결정 모형인 블랙- 숄츠 모형을 탐구하면서 이를 수정하여 주가예측을 하는데 사용하는 아이디어를 통해 창의성이 신장되었으며, 응용력 및 영재성을 발현할 수 있었다. 또한 연구과정 수행 체험과 학문연구방법을 경험하게 함으로써 학생들의 창의력 신장 및 과학탐구능력을 기르는데 기여하였다.

본 연구과정에서 학습 및 탐구 활동내용은 과학고등학교 학생들의 수학교과 및 과제연구교과에 대한 교육과정 운영 자료의 교수·학습 자료로써 개발 보급함으로써 본교뿐만 아니라 타 과학고등학교 학생들의 수학 과학적 탐구능력을 개발할 수 있는 자료로 활용하고자 한다.

제 5 장 결 론

우리 연구는 전체적으로 두 가지의 큰 틀로 나눠지는데, 첫 번째는 블랙-숄즈 방정식을 증명하는 것이고 두 번째는 이것을 이용하여 주식의 가격을 예측해 보는 활동이었다.

블랙-숄즈 방정식은 옵션의 대표적인 평가방법으로 널리 이용되고 있는 것으로, 블랙-숄즈 모형은 특정 기일에만 권리행사를 할 수 있는 유럽식 옵션을 대상으로 하고 있는 등 현실의 거래와는 적합성이 맞지 않는 면도 있다. 우리의 활동은 이를 보완하고 직접 증명해 보는 것으로써 식의 의미를 정확히 이해하고 그 모델을 이용하여 주식 가격 예측 형태로 변환하는 것이었다. 이 변형된 블랙-숄즈 방정식의 변수를 주식에 맞게 설정하여 LG 전자의 주가를 통해서 주식 가격을 예측하는 것이 우리의 최종 활동이었다.

이 연구의 필요성을 금융 수학 분야를 발달시키고 수학적 도구를 활용하여 생활 속에 적용시키는 데에 있다. 하지만 이는 현대에 사회적으로도 유리하게 사용될 수도 있는데 주식과 같은 금융 상품을 관리하는 데에 있어서 수학적으로 증명된 근거를 바탕으로 하여 보다 확실한 방법으로 투자할 수 있다는 것에 있다. 몇 가지 불안정한 가설을 가지고 C언어를 이용한 프로그램으로 주가를 예측해 보았지만 C언어뿐만 아니라 다른 프로그램을 이용하여서 보다 정확하고 알기 쉽게 프로그램을 수정 보완해보는 활동을 앞으로 진행하려고 한다. 또한 주가를 결정하는 요소에 어떤 것이 있는지 더 알아보고 그 요소들을 고려하여 또 다른 변수로 생각해볼 수도 있을 것이다. 난수 생성방식의 몬테카를로 시뮬레이션처럼 주가는 우리가 생각지 못하는 많은 변수를 포함하고 있기 때문에 우리의 연구가 무의미 할 수 있으나 수학적으로 미래를 예측하고자 노력하는 좋은 시도였다고 생각한다. 일기예보가 내일의 날씨를 정확히 맞추지 못하는 것처럼, 우리의 예측이 정확하지는 않겠지만 앞으로 수정 보완 한다면 보다 정확한 도구가 되리라고 확신한다.

블랙-숄즈 방정식을 이용한 주식 가격의 예측

Prediction of Stock Prices from Black Scholes Equation

Ⅰ. 서론

1. 연구 동기

아버지와 주변 어른들이 재테크라는 용어를 사용하는 것을 보며 재테크가 무엇인지에 대해 관심을 갖게 되었다. 재테크란 쉽게 이야기하면, 기존에 있는 재산을 불리는 방법인데 누구나 돈을 벌고 싶어 하지만 그 방법도 다양하고 책에 적힌 방법을 그대로 따라 하기에는 위험성이 크고 검증되지 않았다는 점에서 쉽지가 않다. 체계적인 방법으로 확인하고 싶었던 우리 연구팀은 R&E 주제로 주가 예측 방법을 하기로 결정하였다. 즉, 재테크를 수학적인 관점에서 연구해보면 어떨까 생각하였다.

1997년 12월 3일 대한민국이 외환위기를 겪으면서 국제 통화 기금에 자금 지원 양해 각서를 체결한 사건이 일어났다. 흔히 IMF 외환위기, 또는 IMF 경제 위기라고 불리는 사건은 당시 우리나라가 선진 금융에 대한 지식이 부족했기 때문에 일어났던 것이라고 여겨진다. 또한 2012년 전반기부터 이슈화 되어왔던 유로존 사태로부터 시작된 세계적인 경제 불황 속에서 우리는 금융지식과 경제에 대한 연구의 필요성이 더욱 더 절실한 시기라고 생각된다.

우리나라는 적은 인구와 작은 영토, 그리고 부족한 자원을 극복하기 위하여 IT나 금융과 같은 분야에 적극적인 발전을 꾀할 필요가 있다. 특히 우리나라는 짧은 금융의 역사를 가지고 있어 그동안 론스타의 산업은행 인수와 매각으로 인하여 많은 국부가 해외로 유출되는 등 선진 자본에 의해 많은 피해를 보았다. 이제는 세계 10위의 경제 규모에 맞는 인적 자원을 적극적으로 양성할 필요가 있다. 또한 금융은 우리나라의 미래를 창출할 분야라고 생각한다.

우리나라 국민이라면 한번 쯤 시도해보는 것이 재테크이다. 이러한 재테크 중 서민들이 가장 많은 관심을 가지고 있는 것은 주식인데, 주위에서 주식을 하다가 손해를 봤다는 말을 많이 듣게 된다. 이와 같이 주식 시장에서 어려움을 겪는 사람들을 위하여 무위험 수익률을 예측할 수 있는 도구가 있다면 그들에게, 더 나아가 우리나라의 경제에 큰 보탬이 될 것이라는 생각에 이 연구를 하게 되었다.

2. 연구 목표 및 목적

가. 금융 수학에 대한 기초지식을 습득하고 블랙-숄즈 방정식을 유도한다.

나. 기업의 가치는 기업의 각종 비용과 세금을 제하고 나서 순수하게 벌어들인 미래의 모든 현금흐름을 현재가치로 할인하여 구할 수 있지만, 옵션가격결정 모형은 주가의 확률적 변동에 의해 옵션가격이 결정된다는 특성이 있다. 따라서 기업주식을 옵션으로 간주하여 주식의 이론적 가치를 옵션가격결정모형을 이용하여 평가해본다.

3. 연구 조직

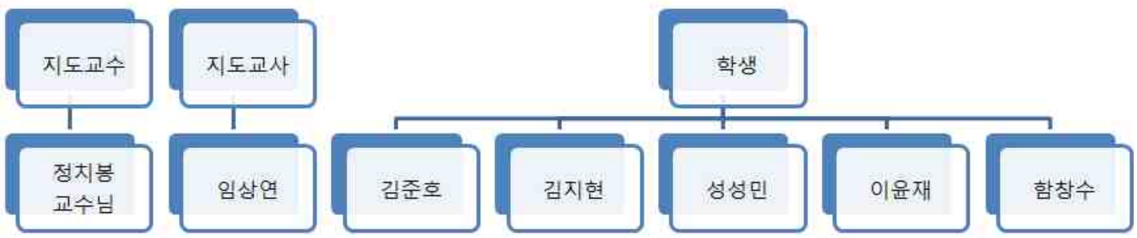


그림 3 연구 조직도

Ⅱ. 연구 방법 및 이론

1. 기초 용어 정리

가. 채권 : 정부, 지방자치단체, 특수법인, 특수은행, 일반기업체 등이 일반투자가로부터 비교적 장기적으로 자금을 집단적, 대량적으로 조달하기 위하여 발행하는 유가증권으로 , 발행하는 곳에 따라 국채, 지방채, 특수채, 금융채, 회사채 등이 있다.

나. 선물 : 수량, 규격, 품질 등이 정해져 있는 상품 또는 금융자산에 대하여 현재시점에서 결정한 가격으로 미래 일정한 시점에 인수, 인도할 것을 약속한 계약

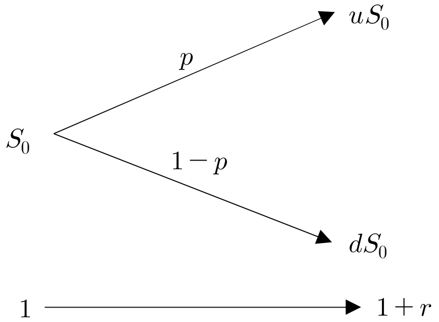
다. 옵션 : 어떤 상품을 미래의 일정시점에 일정한 가격으로 일정한 양을 인도할 권리의 계약을 표준화하고, 거래방식을 규격화하고 정산방식도 규격화하여 거래소에서 거래되는 것

(1) 콜옵션 : 기초자산을 행사가격에 살 수 있는 권리증서
(2) 풋옵션 : 기초자산을 행사가격에 팔 수 있는 권리증서
(3) 기초자산 : 보험계약이 보장하려는 보험계약물건에 해당하는 것
(4) 옵션 프리미엄: 매수자가 옵션을 살 때 매도자에게 지불하는 가격
(5) 미국형 옵션 : 만기 전에 매수자가 원하는 시간에 옵션을 행사할 수 있는 계약
(6) 유럽형 옵션 : 만기에만 매수자가 옵션을 행사할 수 있는 계약

2. 이론적 내용 정리

가. 이항모형 : t=0일 때의 현금을 S_0, t=1일 때의 자산 가치 S_1, 이자율을 r이라고 하면 다음과 같이 정리할 수 있다. 이를 그림으로 표현한 것을 이항모형이라고 한다. 이항모형은 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$S_1 = S_0(1+r) \leftrightarrow S_0 = \frac{S_1}{1+r}$$



S_0: 기준시점에서의 경제 상품의 가격
uS_0: 상승하는 정도
dS_0: 하락하는 정도
r: 이 기간 동안 단기금융 상품에 적용되는 이자율

그림 4 이항 모형

나. 델타 헷징 : 만기 때 옵션의 페이오프가 이 날의 자산 만기 시 시장 가격 S_1에 의존할 때 이것을 $f(S_1)$이라고 하고,
$t=0$의 특정 자산의 시장가격을 S_0, $t=1$의 특정 자산의 시장가격을 S_1이라고 하고,
$S_1 = \begin{cases} uS_0 & (p) \\ dS_0 & (1-p) \end{cases}$ 와 같이 정의한다. 또한, 이 기간 동안의 이자율을 r이라 한다.

(1) 콜옵션 : $f(S_1) = (S_1 - K)^+$ ($K=$ 콜옵션 만기 시 페이오프)

(2) 풋옵션 : $f(S_1) = (K - S_1)^+$ ($K=$ 풋옵션 만기 시 페이오프)

(3) $\tilde{p}$: risk-neutral probability measure (위험 중립적 확률 상수)

$$\tilde{p}=\frac{1+r-d}{u-d}$$

(4) 일반적인 옵션의 공정가격 (t=0일 때) :

$$\frac{f(uS_0)\times\tilde{p}+f(dS_0)\times(1-\tilde{p})}{1+r}$$

$$x=\frac{f(uS_0)-f(dS_0)}{uS_0-dS_0}$$

$$y=\frac{1}{1+r}\times\frac{-df(uS_0)+uf(dS_0)}{u-d}$$

다. 이항 모델 하에서의 옵션의 현재 공정 가격

(콜옵션 A의 가치)$_{2000/07/13}$ = (x의 주식 + y의 현금의 B의 가치)$_{2000/07/13}$ 이라하면 이 둘의 가치를 같게 한다면

(콜옵션 A의 가치)$_{2000/06/09}$ = (x의 주식 + y의 현금의 B의 가치)$_{2000/06/09}$이게 된다.

case 1] A의 가치 > B의 가치 ⇒ A는 B보다 싸야한다는 결론

case 2] A의 가치 < B의 가치 ⇒ B는 A보다 싸야한다는 결론

↪ A = B (2000/06/09)

A는 콜옵션이므로 콜옵션의 가격을 통해 가격을 알 수 있다. 또한

$B=$ (특정일의종가 $\times x)+(1+r)y$ 이므로 A=B로부터 x, y 값을 구할 수 있다.

라. 델타헷징 하에서 옵션의 현재 공정 가격

앞에서 밝힌 바와 같이 t=0에서의 가치는 같다. (만기 시 A의 가치 = B의 가치)

$\therefore (t=0$에서의 옵션의 공정가격$)=(t=0$에 포트폴리오A의 가치$)$

$=(t=0$에 포트폴리오B의 가치$)=S_0x+y$

앞에서 나온 x, y값을 위의 식에 대입해주면 다음과 같은 결론을 도출할 수 있다.

$(t=0$에서의 옵션의 공정가격$)=(1+r)^{-1}(f(uS_0)\times\tilde{p}+f(dS_0)\times(1-\tilde{p}))$

$\tilde{p}=\dfrac{1+r-d}{u-d}$ 이므로 $0<\tilde{p}<1$

$$\begin{cases} t=1\text{에서 페이오프의 기댓값} = f(uS_0)\times\tilde{p}+f(dS_0)\times(1-\tilde{p}) \\ t=0\text{에서 페이오프 의 기댓값} = (1+r)^{-1}(f(uS_0)\times\tilde{p}+f(dS_0)\times(1-\tilde{p})) \end{cases}$$

마. 투자 수익률

(1) 투자 수익률의 정의 : 투자수익률$(R)=\dfrac{\text{투자종료시 자산}-\text{투여자산}}{\text{투여자산}}$

(2) 일일 투자 수익률의 평균 추정

t일에서의 투자수익률을 R_t라 하자. R_t는 t일이 마감되어야 정확히 알 수 있는 수치이므로, R_t는 랜덤변수이다. 경험에 의하여, $R_t, R_{t+1}, \cdots, R_{t+n}$은 독립이고 그 각각의 분포, 즉 그 각각의 확률밀도함수는 같다.

$$E(R_t)=E(R_{t+1})=\cdots=E(R_{t+n})$$

$$(\text{추정기대일일투자수익률}) = \frac{R_1+R_2+\cdots+R_n}{n}$$

(3) 일일 투자 수익률의 분산 추정

$R_1, R_2, \cdots, R_n$ 는 투자수익률들의 표본값이고, 다음 식이 성립한다.

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(R_i - E(R))^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(R_i - \overline{R})^2 + (\overline{R} - E(R))^2$$

(단, $E(R), \overline{R}$은 각각 모평균, 표본평균이다.)

따라서, 모분산 = 표본평균의 분산 + 표본분산이다.

일일투자수익률의 모분산을 σ^2라 하자. 표본평균의 분산은 $\frac{\sigma^2}{n}$이므로

표본분산은 $\frac{(n-1)}{n}\sigma^2$이다. 표본평균이 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(R_i - \overline{R})^2$임을 이용하면

모분산은 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(R_i - \overline{R})^2 \times \frac{n}{n-1}$, 즉 일일투자수익률의

분산의 추정치 = $\frac{(R_1 - \overline{R})^2 + \cdots + (R_n - \overline{R})^2}{n-1}$ 이다.

(4) 일일 투자 수익률의 공분산 추정

주식 A, B의 일일투자수익률 R^A, R^B에 대하여, 공분산도 분산과 같이

$$Cov(R^A, R^B) \approx \frac{(R_1^A - \overline{R^A})(R_1^B - \overline{R^B}) + \cdots + (R_n^A - \overline{R^A})(R_n^B - \overline{R^B})}{n-1}$$ 가 성립한다.

(가) $Cov(X, Y) = E((X - E(X))(Y - E(Y)))$

(나) X, Y가 서로 연관이 없다 : $Cov(X, Y) = 0$

(다) $Cov(X, Y) = E((X - E(X))(Y - E(Y)))$
$= E(XY) - E(X)E(Y)$

(라) 공분산의 성질

$V(X) = Cov(X, X)$

$Cov(X, Y) = Cov(Y, X)$

$Cov(X, a) = Cov(a, X) = 0$ (a는 상수)

$Cov(aX + bY, Z) = aCov(X, Z) + bCov(Y, Z)$

㉮ 투자 수익률

$(t+1)$일에서의 일일 투자 수익률 $R_{t+1} = \frac{Value(t+1) - Value(t)}{Value(t)}$

$Value(t+1) = Value(t) \times (1 + R_{t+1})$

경험에 의해 $R_t \sim N(0, \sigma^2)$라는 것을 알 수 있다.

*R_t와 R_{t+1}는 독립 $\rightarrow$ 서로 연관이 없다

$$\frac{Value(t+1)}{Value(t)} = 1 + R_{t+1}$$

$$\prod_{k=t}^{t+n-1}\frac{Value(k+1)}{Value(k)} = \prod_{k=t}^{t+n-1}(R_{k+1} + 1)$$

$$\frac{Value(t+n)}{Value(t)} = (R_{t+1} + 1)(R_{t+2} + 1)\cdots(R_{t+n} + 1) \approx (1 + R_{t+1} + R_{t+2} + \cdots + R_{t+n})$$

$$Value(t+n) - Value(t) = (R_{t+1} + R_{t+2} + \cdots + R_{t+n}) \times Value(t)$$

$$E(R_{t+1}+\cdots+R_{t+n})=E(R_{t+1})+\cdots+E(R_{t+n})=0$$
$$V(R_{t+1}+\cdots+R_{t+n})=Cov(\sum_{i=1}^{n}R_{t+i},\sum_{j=1}^{n}R_{t+j})$$
$$=\sum_{i=j}Cov(R_{t+i},R_{t+j})+\sum_{i\neq j}Cov(R_{t+i},R_{t+j})=\sum_{i=1}^{n}V(R_{t+i})=\sum_{i=1}^{n}\sigma^2=n\sigma^2$$
$$\Rightarrow \therefore R_{t+1}+\cdots+R_{t+n}\sim N(0,n\sigma^2)$$

㉯ VaR

$$Value(t+n)-Value(t)=\triangle\,Value\sim N(0,(TC)^2\times\sigma^2\times n)$$
$$\frac{\triangle\,Value}{(TC)\times\sigma\times\sqrt{n}}\sim N(0,1^2)$$

신뢰수준 99% VaR=최악 시나리오에서부터 1% 올라간 시나리오 발생 시 손실 액수.

$$\triangle\,Value=-2.33\times TC\times\sigma\times\sqrt{n}$$
$$\Rightarrow\ VaR(99\%,n)=2.33\times(TC)\times\sigma\times\sqrt{n}$$

2. 문제 제시

가. 어떠한 방법으로 주식가격을 예측하고 위험을 최소화하면서 최대의 이익을 얻을 수 있는 포트폴리오를 구성할 수 있을까?

나. 주식 가격을 예측하기 위한 도구를 어떻게 만들 수 있을까?

3. 연구 내용

가. 주식 가격을 예측하기 위해서 어떠한 식을 사용해야 하는지 알아보고, 그 식을 이용하여 통합된 방정식을 만들고 그 과정을 유도한다.

나. 그 방정식을 이용하여 주식 가격을 예측하기 위해서 필요한 변수들을 알고, 직접 방정식의 변수를 수정하여 미래의 주식 가격을 예측하는 공식을 만든다.

다. Microsoft Office Excel 프로그램을 이용하여 블랙-숄즈 옵션가격결정모형에서 주식을 콜옵션으로 간주하여 주식의 이론적 가치를 옵션가격결정모형을 이용하여 평가해본다.

라. Microsoft Visual C++ 6.0 프로그램을 이용하여 C언어로 직접 미래의 주식 가격을 예측하는 프로그램을 만들어본다.

Ⅲ. 연구 결과 및 고찰

사전 연구를 하던 중 우리는 옵션 가격을 예측하는 방정식인 블랙-숄즈 방정식에 대해서 알게 되었다. 옵션과 주식은 많이 다르지만 이 방정식을 주식 가격 예측에도 사용할 수 있을까 생각하여 이 방정식을 연구하게 되었다. 따라서 우리는 (1) 블랙-숄즈 방정식을 유도하여 보고, 이 방정식을 주식에서도 사용할 수 있도록 (2) 블랙-숄즈 방정식의 가정들을 주식 측면으로 바꾸어 주식 가격을 예측하여 보았다. 또한, (3)이 방정식을 이용한 주식 가격 예측 프로그램도 직접 만들어 사용해 보도록 하였다.

1. 연구 결과

가. 몬테카를로 시뮬레이션을 통한 주식 가격의 분포

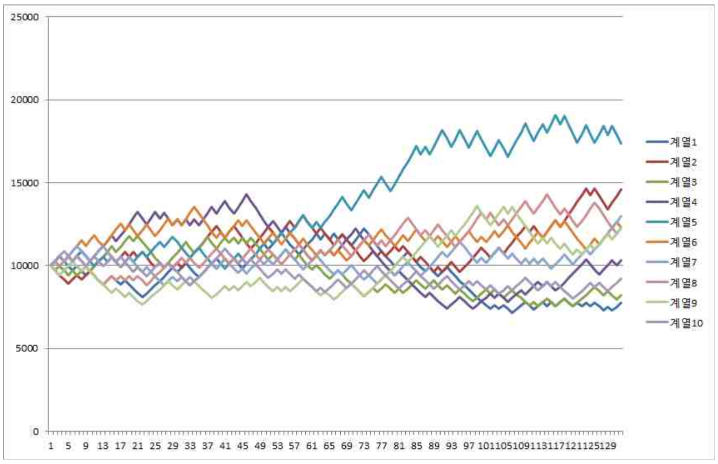


그림 3 시간에 따른 주식 가격 그래프
(10일간 2시간 간격으로 조사)

위 그래프는 Visual Studio C++ 6.0을 사용하여 열흘간의 주식 가격을 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 예측한 뒤(10회 반복), Microsoft Office Excel으로 그린 그래프이다.

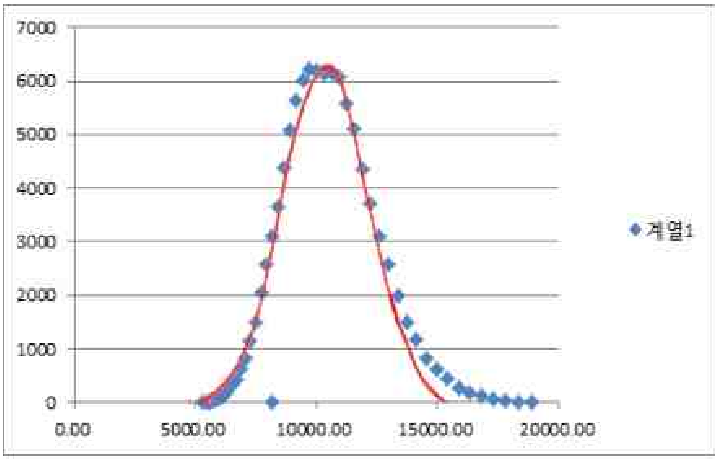


그림 4 마지막 날 최종 주가를 주식 가격에 따라 그려본 그래프

위의 그래프는 10일 째(마지막 날)의 최종 주가를 주식 가격에 따라 그래프이다. 시뮬레이션을 통해 얻어진 자료의 개수는 100,000개 이며, 이를 위와 같이 그래프로 그려보니 정규분포함수 그래프와 흡사했다. 이를 통해 일정 시간 뒤의 주식 가격은 정규분포를 따라간다는 것을 알 수 있다.

나. 블랙-숄즈 방정식 유도

먼저 우리는 문제를 하나 설정했다.

'현재 시점에서 옵션의 공정가를 체계적이고 합리적인 방법으로 결정할 수 있을까?'

이 문제를 해결하기 위해서 우리는 블랙-숄즈 편미분 방정식을 유도하고, $0 \le t \le T$(만기일)인 시점에서의 임의의 자산 가격 $S\,(\ge 0)$에 대하여 옵션 가격 $V(S,t)$를 찾아보기로 하였다.

(1) 유도를 하기 전에 다음과 같은 가정을 하자.

(가) $0 \le t \le T$중의 임의의 시점에서 옵션의 매도/매수가 가능하다.

(나) $V(S_0, 0)$: $t=0$시점의 옵션가격이라 할 때,

(다) $V(S,t)$가 존재하고 각 변수들에 대해 미분이 존재한다는 의미로 두 개의 변수 에 대하여 $V(S,t)$는 매끈한 함수이다. $V(S,t)$가 유럽형 콜옵션, 풋옵션 중 무엇을 의미하든지 구분 없이 PDE는 유용하다.

PDE 유도 시 주요 목적은 리스크를 없애기 위해 헷징을 하는 것이다.

(라) 시간 척도는 다음과 같이 약속한다.

- 시간 증가분 $\triangle t$로 결정되는 작은 시간 척도
- L이 큰 정수일 때, $\delta t = \triangle t / L$로 결정되는 매우 작은 시간 척도

(마) 일반적인 시간 $t \in [0, T]$과 일반적 자산 가격 $S(t) \ge 0$에 대해 고려할 것이고, 작은 시간 구간 $[t, t+\triangle t]$에 초점을 맞출 것이다. 이 시간 구간을 더 작은 구간으로 분해하여, $t_0 = t,\ t_i = t + i\delta t,\ t_L = t + \triangle t$인 $[t_0, t_1], [t_1, t_2], \ldots, [t_{L-1}, t_L]$의 구간으로 구성한다.

(바) 매우 작은 시간 구간에서 자산 가격 변동을 다음과 같이 표현한다.

$\delta S_i := S(t_{i+1}) - S(t_i)$

(사) V는 $V(S(t), t)$를 의미하고, 기호 δ는 δt의 시간 구간에서 차이를 의미한다.

(아) V와 D는 미분 가능한 함수이며, V는 S와 t에 대하여 미분이 가능한 함수이다.

(2) 유도 과정

이산 자산 모형 $S(t_{i+1}) = S(t_i) + \mu \delta t S(t_i) + \sigma \sqrt{\delta t}\, Y_i S(t_i)$에서 다음 식이 성립한다.

$$\delta S_i = S(t_i)(\mu \delta t + \sigma \sqrt{\delta t}\, Y_i) \qquad (Y_i\text{는 i.i.d.의 } N(0,1)\text{이다.})$$

$$\sum_{i=0}^{L-1} (\delta S_i)^2 = \sum_{i=0}^{L-1} S(t_i)^2 (\mu^2 (\delta t)^2 + 2\mu\sigma (\delta t)^{\frac{3}{2}} Y_i + \sigma^2 \delta t\, Y_i^2) \quad (1)$$

여기에 **중심 극한 정리**를 적용하기 위하여 각각의 $S(t_i)$를 $S(t)$로 근사한다.

$$\sum_{i=0}^{L-1} (\delta S_i)^2 \approx S(t_i)^2 \sum_{i=0}^{L-1} (\mu^2 (\delta t)^2 + 2\mu\sigma (\delta t)^{\frac{3}{2}} Y_i + \sigma^2 \delta t\, Y_i^2) \quad (2)$$

시그마 안의 확률변수의 평균과 분산을 구하고, 중심 극한 정리를 이용하면,

$$\sum_{i=0}^{L-1} (\delta S_i)^2 \sim S(t)^2 N(\sigma^2 L \delta t,\ 2\sigma^4 L (\delta t)^2) = S(t)^2 N(\sigma^2 \triangle t,\ 2\sigma^4 \triangle t\, \delta t) \quad (3)$$

δt가 매우 작아 분산 값은 매우 작고, 증가분 제곱 합은 근사적으로 $S(t)^2$에 상수 곱과 같다.

$$\sum_{i=0}^{L-1} (\delta S_i)^2 \approx S(t)^2 \sigma^2 \triangle t \quad (4)$$

옵션의 공정가를 구하기 위해, 자산과 현금의 조합이 항상 옵션과 정확하게 같은 값을 가지는 자산과 현금의 복제 포트폴리오를 구성해보자.

이 포트폴리오는 은행 예금(D)와 자산의 개수(A)로 구성되어 있다. D와 A는 자산(S)과 시간(t)에 대한 함수이므로 아래와 같이 쓸 수 있다. (Π : 포트폴리오의 가격)

$$\Pi(S,t)=A(S,t)S+D(S,t) \quad (5)$$

이제 S, t에 따라 $A(S,t)$와 $D(S,t)$가 어떻게 변화하는지 알아보자.

식 (5)의 전략은 시간 간격 δt동안에는 자산의 개수를 고정시키는 것. 그러면 시간 간격 δt사이에서는 아래 두 가지 경우에 한해서만 포트폴리오 가격이 변화된다.
- 자산 가격의 변동. δS_i는 포트폴리오 가격에서 $A_i \delta S_i$의 변화를 유발한다.
- 예금에서 이자가 발생하는데, 편의상 이산 모형을 사용하면 발생한 이자의 양은 $rD_i \delta t$이다.

따라서 전체적으로 $\delta \Pi_i = A_i \delta S_i + rD_i \delta t$ (6)이 성립한다.

V가 S와 t에 대하여 미분 가능한 함수라고 가정하였으므로 테일러 급수 전개를 이용하면 아래의 식을 구할 수 있다.

$$\delta V_i \approx \frac{\partial V_i}{\partial t}\delta t + \frac{\partial V_i}{\partial S}\delta S + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_i}{\partial S^2}(\delta S_i)^2 \quad (7)$$

경험적으로 $(\delta S_i)^2$항이 어느 정도 영향이 있기 때문에 남겨둔다.
옵션 가격 변화와 포트폴리오에서의 변화를 비교하기 위해 (7)식에서 (6)식을 빼면

$$\delta(V-\Pi)_i \approx (\frac{\partial V_i}{\partial t} - rD_i)\delta t + (\frac{\partial V_i}{\partial S} - A_i)\delta S_i + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_i}{\partial S^2}(\delta S_i)^2 \quad (8)$$

포트폴리오가 옵션의 복제를 바라므로 이 차이는 예측 가능하여야 한다. 즉,
$A_i = \frac{\partial V_i}{\partial S}$ (9)이라고 두면, 식(8)의 예측 불가능한 항 δS_i를 제거할 수 있다. 그 결과,

$$\delta(V-\Pi)_i \approx (\frac{\partial V_i}{\partial t} - rD_i)\delta t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_i}{\partial S^2}(\delta S_i)^2 \quad (10)$$

무작위성을 제거하는 마지막 단계는 $0 \le i \le L-1$에서 이 차이들을 합한 후에, $(\delta S_i)^2$의 합이 무작위적이 아니라는 식 (4)를 이용하는 것이다.

시간 t부터 $t+\triangle t$까지의 $V-\Pi$변화를 $\triangle(V-\Pi)$라고 표기하면

$$\triangle(V-\Pi) = V(S(t+\triangle t), t+\triangle t) - \Pi(S(t+\triangle t), t+\triangle t) - (V(S(t),t) - \Pi(S(t),t))$$

식 (10)을 이용하면

$$\triangle(V-\Pi) \approx \sum_{i=0}^{L-1}(\frac{\partial V_i}{\partial t} - rD_i)\delta t + \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{L-1}\frac{\partial^2 V_i}{\partial S^2}(\delta S_i)^2 \quad (11)$$

V와 D가 미분 가능한 함수라는 가정 이용하면 식 (1)에서 사용한 근사와 비슷하게 $\partial V_i/\partial t$, D_i, $\partial^2 V_i/\partial S^2$에 있는 인자 $S(t_i)$, t_i를 $S(t)$, t로 근사할 수 있다. 그래서 $L\delta t = \triangle t$라는 관계식을 이용하면

$$\triangle(V-\Pi) \approx (\frac{\partial V}{\partial t} - rD)\triangle t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\sum_{i=0}^{L-1}(\delta S_i)^2$$

이제 식 (4)를 이용하고 $\delta t \rightarrow 0$일 때 모든 근사식이 정확하다고 가정하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\triangle(V-\Pi) = (\frac{\partial V}{\partial t} - rD + \frac{\sigma^2}{2}S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2})\triangle t \quad (12)$$

포트폴리오 $V-\Pi$의 변화가 무작위적이 아니기 때문에 이것은 무위험 금리로 증가하는 것과 일치해야 한다.

$$\triangle(V-\Pi) = r\triangle t(V-\Pi) \quad (13)$$

만약 $\triangle(V-\Pi) > r\triangle t(V-\Pi)$이면 아래 방법을 행함으로써 무위험 금리가 제공하는 것보다 높은 수익을 창출할 수 있다.
- t시점에서 포트폴리오 $V-\Pi$를 매수한다.
- 시장에서 V의 가격으로 옵션을 매수하고 포트폴리오 Π를 매도한다. (즉 자산을 A개 공매도하고 현금을 D만큼 대출해 준다.) 그리고 $t+\triangle t$시점에서 포트폴리오 $V-\Pi$를 매도한다.

만약 $\triangle(V-\Pi) < r\triangle r(V-\Pi)$이면 다음의 방법으로 무위험 금리가 제공하는 것보다 높은 수익을 만들 수 있다.
- t시점에서 포트폴리오 $V-\Pi$를 매도한다.
- 시장에서 V의 가격으로 옵션을 매도하고 포트폴리오 Π를 매수한다. (즉 자산을 A개 매수하고 현금을 D만큼 차입한다.) 그리고 $t+\triangle t$시점에서 포트폴리오 $V-\Pi$를 매수한다.

식 (5), (12), (13)을 조합하면

$$\frac{\partial V}{\partial t} - rD + \frac{\sigma^2}{2}S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} = r(V-AS-D)$$

식 (9)에서 $A = \partial V/\partial S$를 이용하여 식을 정리.

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2}S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0 \quad (14)$$

이 식이 **블랙-숄즈의 편미분방정식**(PDE)이다. 블랙-숄즈 편미분방정식은 V, S, t와 V의 편미분간의 관계식이다.

블랙-슐즈 방정식에 아래 세 가지 조건식이 있다.

$$C(S,T) = \max(S(T)-E, 0) \quad (15)$$
$$C(0,t) = 0,\ 0 \le t \le T \quad (16)$$
$$C(S,t) \approx S \quad (17)$$

조건 (16)은 만기 시점 $t=T$에 적용되기 때문에 만기조건이라 부른다. 다른 조건식 (17), (18)은 경계조건으로 알려져 있다. ($C(S,t)$: 유럽형 콜옵션의 가격)

이 방정식은 실전에서 사용되기 어렵다. 따라서 실전 계산에서 쉽게 사용할 수 있는 블랙-숄즈의 공식을 유도하여 보자.

블랙-숄즈 PDE (14)에 조건식 (15), (16), (17)들을 추가하면 콜옵션의 가격에 대한 유일한 해가 결정된다. 이 해는 아래와 같다.

$$C(S,t) = SN(d_1) - Ee^{-r(T-t)}N(d_2) \qquad (18)$$

여기에서 $N(\bullet)$는 $N(0,1)$의 분포함수이며 d_1, d_2는 아래와 같다.

$$d_1 = \frac{\log(S/E) + (r+\sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \qquad (19)$$

$$d_2 = \frac{\log(S/E) + (r-\sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \qquad (20)$$

다음 식이 성립한다.

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \qquad (21)$$

식 (18)이 유럽형 콜옵션에 대하여 블랙-숄즈의 공식이다.

유럽형 콜옵션의 가격 공식을 구했기 때문에, 풋-콜 패러티를 사용하면 풋옵션의 가격 $P(S,t)$에 대한 공식을 구할 수 있다.

$P(S,t)$를 자산 가격이 S, 시간이 t일 때의 풋옵션의 가격이라고 하면, 같은 논법으로 일반적인 풋-콜 패리티의 관계식을 구할 수 있다.

$$C(S,t) + Ee^{-r(T-t)} = P(S,t) + S \qquad (22)$$

식 (18)와 (22)을 조합하면 유럽형 풋옵션에 대한 블랙-슐즈의 공식을 유도할 수 있다.

$$P(S,t) = Ee^{-r(T-t)}(1 - N(d_2)) + S(N(d_1) - 1)$$

보다 간단히 정리하면

$$P(S,t) = Ee^{-r(T-t)}N(-d_2) - SN(-d_1) \qquad (23)$$

다. 주식 조건에 맞는 블랙-숄즈 방정식

옵션 가격을 결정하는 블랙-숄즈 방정식에서 쓰이는 변수들이 주식에서 쓰이는 변수들과 비슷한 점이 많다. 기업은 주식과 사채에 의해 자금을 조달하는데, 사채는 만기일에 지급되는 순간까지 이자를 지급하지 않는 순수한 할인채를 발행한다. 또한 기업은 만기에 해산하여 파산가능성이 있다. 즉, 만기에 기업이 사채의 액면가격을 지불하지 못하면 채권자가 기업을 소유한다.

따라서 주주는 사채 발행 시 기업의 총 재산을 사채권자에게 팔고 그 대신 사채의 만기일에 액면가격으로 그 기업을 다시 매입할 수 있는 옵션을 가지는 것으로 생각할 수 있다.

이 때 옵션의 기초자산은 기업의 총 자산이 되며 행사가격은 사채의 액면가격이 된다. 주식의 총 가치를 S, 사채의 액면가격을 D, 기업의 총 가치를 V, 그리고 만기일에 도달했을 때 액면가격 1을 지불하는 무위험 할인채권의 현재가격을 $B(t)$라고 할 경우 주식의 가격(S)은 아래와 같이 콜옵션의 경우와 같은 관계식을 갖게 된다.

따라서 옵션을 평가하는 수식을 주식의 평가에도 적용할 수 있다고 할 수 있다. 이로 인해, 블랙-숄즈 방정식을 주식가격을 예측하는 데에 이용할 수 있을 것이다. 그러면

$$S \geq 0,\ V \geq S,\ S \geq \max[0,\ V - D \bullet B(t)]$$

방정식에 쓰이는 옵션에 관련된 변수들을 서로 연관된 주식 관련 변수로 바꾸어 보자.

옵션 변수	주식 변수	옵션 변수	주식 변수
옵션의 수익률	사채의 수익률(R)	주가변동성(σ)	기업가치변동성(σ_V)
행사가격(E)	사채의 액면가격(B)	옵션의 만기(T)	사채의 만기(T)
옵션가치(C)	주식가치(S)	무위험이자율(r_f)	
보통주(S)	기업가치(V)	옵션/기업가치 변화율의 분산(σ^2)	

따라서 블랙-숄즈 방정식의 변수들을 주식 평가 모형으로 변환시켜 보면 아래와 같다.

$$S = V \bullet N(d_1) - B \bullet e^{(R - r_i)T} \bullet N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{V}{B \bullet e^{RT}} + (r_f - R + \frac{\sigma^2}{2}) \bullet T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln \frac{V}{B \bullet e^{RT}} + (r_f - R - \frac{\sigma^2}{2}) \bullet T}{\sigma \sqrt{T}}$$

라. 블랙-숄즈 옵션 가격 결정 모형에 의한 주식평가

부채를 사용하는 기업의 주식을 콜옵션으로 간주하여 기업주식의 평가에 블랙-숄즈 옵션 가격 결정 모형을 사용할 수 있다.

부채를 사용하는 기업의 주주의 지분가치는 그 자산가격이 부채액을 상회하느냐 또는 하회하느냐에 따라 달라진다. 특히 기업가치(V)는 그 채권액면(B)에 미달하는 경우 주주의 지분가치는 0이다. 이것은 주주들이 가지는 유한책임의 특성으로 알 수 있다.

다시 말하면 기업가치(V) < 부채가치(B)의 경우 주주는 그들의 지분을 포기하면 그만이지만, 그 기업가치가 부채가치보다 크면 남은 가치에 대한 청구권을 가지게 된다. 현재 주가 S인 주식을 가지고 있다는 것은 말기에 V>B인 경우 부채의 가치 B를 지급하고 기업을 사들이는 것이며 V < B인 경우에는 S만큼의 손실을 감수하고 기업을 포기하는 것과 같다. 따라서 주식은 기업의 총자산을 기초자산으로 하고 사채의 액면가격을 행사가격으로 하는 콜옵션으로 볼 수 있다. 즉 주주는 사채를 발행할 때 기업의 총자산을 사채권자에게 팔고 그 대신 사채권자로부터 사채발행 수입금을 받고 동시에 사채의 만기 내에 액면가격으로 그 기업을 다시 살 수 있는 옵션 계약을 맺은 것으로 볼 수 있다.

콜옵션 가격결정모형 (15)식 $C(S,t) = SN(d_1) - Ee^{-r(T-t)}N(d_2)$에서 현재 주식가격에 발행 주식수를 곱한 값(120,444억 : 2012년12월말기준)이 실제 주식가치이고 , S는 기업가치 V로, E(옵션행사가

격)는 부채 B로 쓸 수 있으며, 이자율(금리) r, 시간(T,t)은 그대로 사용한다. 또한, 우리가 구하고자 하는 이론 가치는 콜옵션 가격C로 대치된다.

라. 주식 가격 예측 프로그램 만들기

우리는 주식 가격을 예측하기 위해 블랙-숄즈 방정식과 5가지 변수를 이용하여 미래의 주식 가격을 예측할 수 있는 간단한 프로그램을 직접 만들어 보았다.

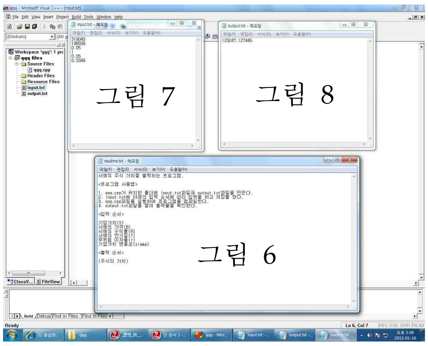
(1) 코드

```
 #include<cstdio>
#include<cmath>
FILE *in=fopen("input.txt","r");
FILE *out=fopen("output.txt","w");
double p[3][100000];
double v,b,r,R,sigma;
int T;
double d1,d2;
double n1,n2;
double s;
#define PI 3.1415
#define delta 0.00001
double f1(double k)
{
  return exp(-k*k/2)/sqrt(2*PI);
}
void f2(void)
{
  double m=0;
  double i;
  int temp;
  for(i=0.00000;i<=4.00001;i+=delta)
  {
          m+=delta*f1(i);
          temp=i*10000;
          p[2][temp]=0.500000+m;
          p[0][temp]=0.500000-m;
  }
}
void process(void)
{
  int k1,k2;
  d1=(log(v/(b*exp(R*T)))+(r-R+(sigma*sigma)/2)*T)/(sigma*sqrt(T));
  d2=(log(v/(b*exp(R*T)))+(r-R-(sigma*sigma)/2)*T)/(sigma*sqrt(T));
  if(d1>=0) k1=1;
  else k1=-1;
  if(d1>4.0000 || d1<-4.0000)
  {
          d1=k1*4.0000;
  }
  d1=d1*k1;
  if(d2>=0) k2=1;
  else k2=-1;
  if(d2>4.0000 || d2<-4.0000)
  {
```

```
            d2=k2*4.0000;
        }
        d2=d2*k2;
        n1=p[k1+1][(int)(d1*10000)];
        n2=p[k2+1][(int)(d2*10000)];
    }
    void output(void)
    {
        s=v*n1-b*exp((R-r)*T)*n2;
        fprintf(out,"%f\n",s);
    }
    void input(void)
    {
        fscanf(in,"%lf",&v);            // 기업가치
        fscanf(in,"%lf",&b);            // 사채의 액면가격
        fscanf(in,"%lf",&R);            // 사채의 수익률
        fscanf(in,"%d",&T);             // 사채의 만기일(years)
        fscanf(in,"%lf",&r);            // 무위험 이자율
        fscanf(in,"%lf",&sigma);        // 기업가치 변동성(년단위)
    }
    void main(void)
    {
        f2();
        input();
        process();
        output();
    }
```

(2) 실행 결과

조건을 기업의 가치가 319043억 원, 사채의 액면가격이 198599억원, 사채의 수익률이 5%/년, 사채의 만기일은 1년 뒤, 무위험 이자율은 5%/년, 기업가치 변동성은 33.49%/년 일 때, 사채의 가치는 123247.127445억원이라고 한다.



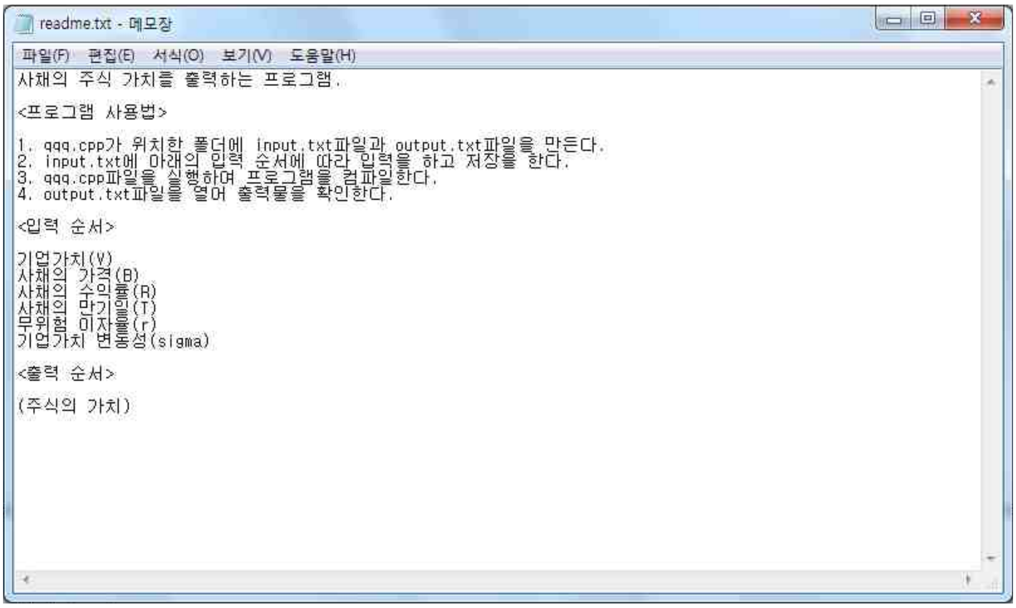


그림 6 사용방법

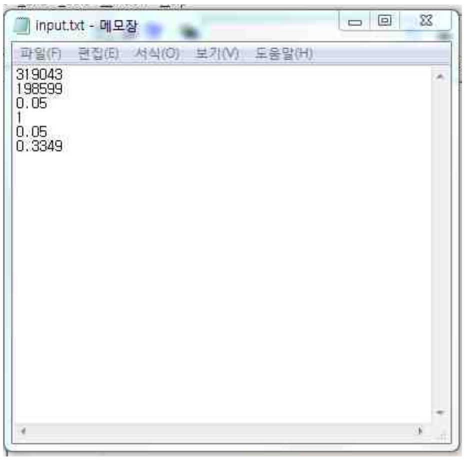


그림 7 입력화면

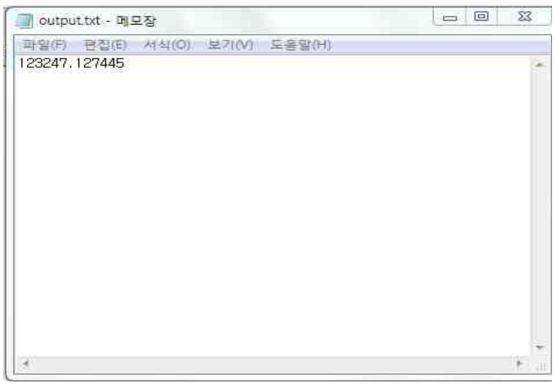


그림 8 실행화면

Ⅳ. 결론 및 논의

1. 결 론

옵션과 주식의 가장 큰 차이점은 옵션은 권리를 사고파는 것이고 주식은 회사의 지분을 소유한다는 점이다. 이 차이점으로 인해 야기되는 이들의 가격은 수학적인 면과 수학적이지 않은 면으로 정리된다. 즉, 옵션의 가격은 이항모델과 같은 수학적인 도구를 사용해서 예측할 수 있지만, 주식은 금융 관련 내용만 있다는 점에서 차이가 있다.

하지만 대중들은 옵션과 주식을 혼동해서 생각하기 때문에 주식보다 위험성이 큰 옵션 또한 주식과 같은 방법으로 매수와 매도를 한다. 이러한 원인으로 인해 투자 후 위험성이 더 커지게 된다. 우리의 연구는 그러한 문제에서 시작한다. 사람들이 대중적으로 사용하고 있는 금융 상품인 주식은 그저 운에 따를 뿐이라는 오해가 많다. 따라서 주식 가격을 측정하는 도구로만 사용했던 수학을 주식에도 적용해보자는 것이 이 연구의 중심적인 목적이다.

직접 금융수학 연구를 해보거나 크게 관심을 갖고 공부를 해보지 않은 이상 대부분의 사람들은 금융 수학 파트를 매우 생소해하거나 처음 들어보는 경우가 많을 것이다. 하지만 우리의 연구는 보다 많은 사람들에게 금융(경제) 또는 수학에 관심을 높일 수 있을 것이고 최종적으로 금융 수학을 알리고 발달시킬 수 있는 하나의 계기를 마련해 줄 수 있다.

우리 연구는 전체적으로 두 가지의 큰 틀로 나눠지는데, 첫 번째는 블랙-숄즈 방정식을 증명하는 것이고 두 번째는 이것을 이용하여 주식의 가격을 예측해 보는 활동이었다.

블랙-숄즈 방정식은 옵션의 대표적인 평가방법으로 널리 이용되고 있는 것으로, 블랙-숄즈 모형은 특정 기일에만 권리행사를 할 수 있는 유럽식 옵션을 대상으로 하고 있는 등 현실의 거래와는 적합성이 맞지 않는 면도 있다. 우리의 활동은 이를 보완하고 직접 증명해 보는 것으로써 식의 의미를 정확히 이해하고 그 모델을 이용하여 주식 가격 예측 형태로 변환하는 것이었다. 이 변형된 블랙-숄즈 방정식의 변수를 주식에 맞게 설정하여 LG 전자의 주가를 통해서 주식 가격을 예측하는 것이 우리의 최종 활동이었다.

이 연구의 필요성을 앞에서 언급한 것과 같이 금융 수학 분야를 발달시키고 수학적 도구를 활용하여 생활 속에 적용시키는 데에 있다. 하지만 이는 현대에 사회적으로도 유리하게 사용될 수도 있는데 주식과 같은 금융 상품을 관리하는 데에 있어서 수학적으로 증명된 근거를 바탕으로 하여 보다 확실한 방법으로 투자할 수 있다는 것에 있다. 이 방법으로라면 최소의 손해와 최대의 이윤을 이끌어낼 수 있는 방법으로 투자할 수 있으며 보다 안전하게 “재산 불리기”, 즉 재테크를 할 수 있을 것이다.

2. 제언

수학적으로 주식 가격을 예측하는 프로그램을 C언어뿐만 아니라 다른 프로그램을 이용하여서 보다 정확하고 알기 쉽게 프로그램을 수정 보완해보는 활동을 앞으로 진행하려고 한다. 또한 주가를 결정하는 요소에 어떤 것이 있는지 더 알아보고 그 요소들을 고려하여 또다른 변수로 생각해볼 수도 있을 것이다.

Ⅴ. 참고 문헌

1. 수학과 현대금융사회(이승철 저) - 교우사
2. 금융수학 입문(이승철 저) - 경문사
3. MATLAB과 함께하는 금융수학 입문(이승철 저) - 경문사
4. 금융공학의 수학적 기초 (심승제 저) - 경문사