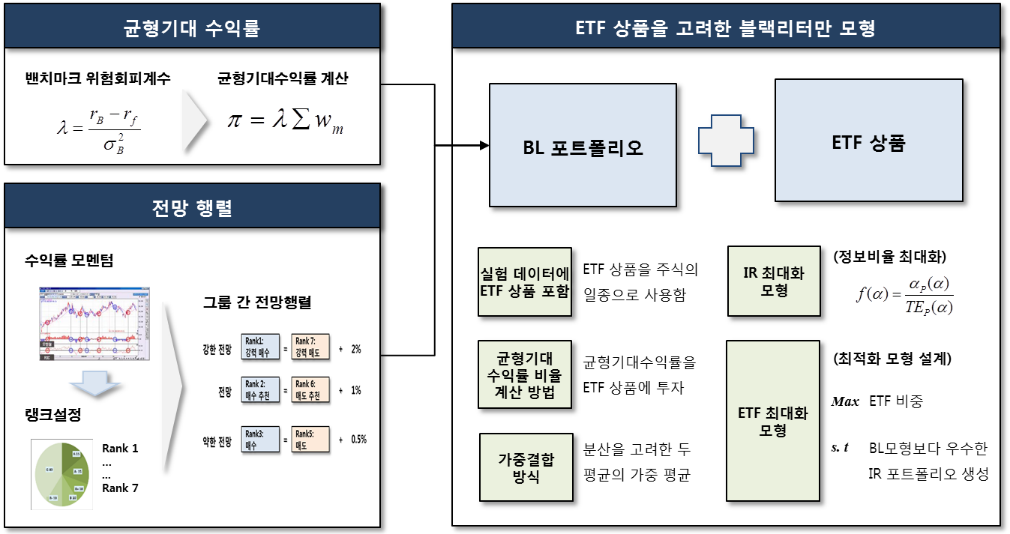
블랙리터만 모형을 이용한 인핸스드 인덱스 전략

(Enhanced Indexation Strategy with Black-Litterman Model)



박기경, 이영호, 서지원

고려대학교 산업경영공학부

경영시스템연구실

(Management Systems Lab., MSL)

2011년 10월 28일

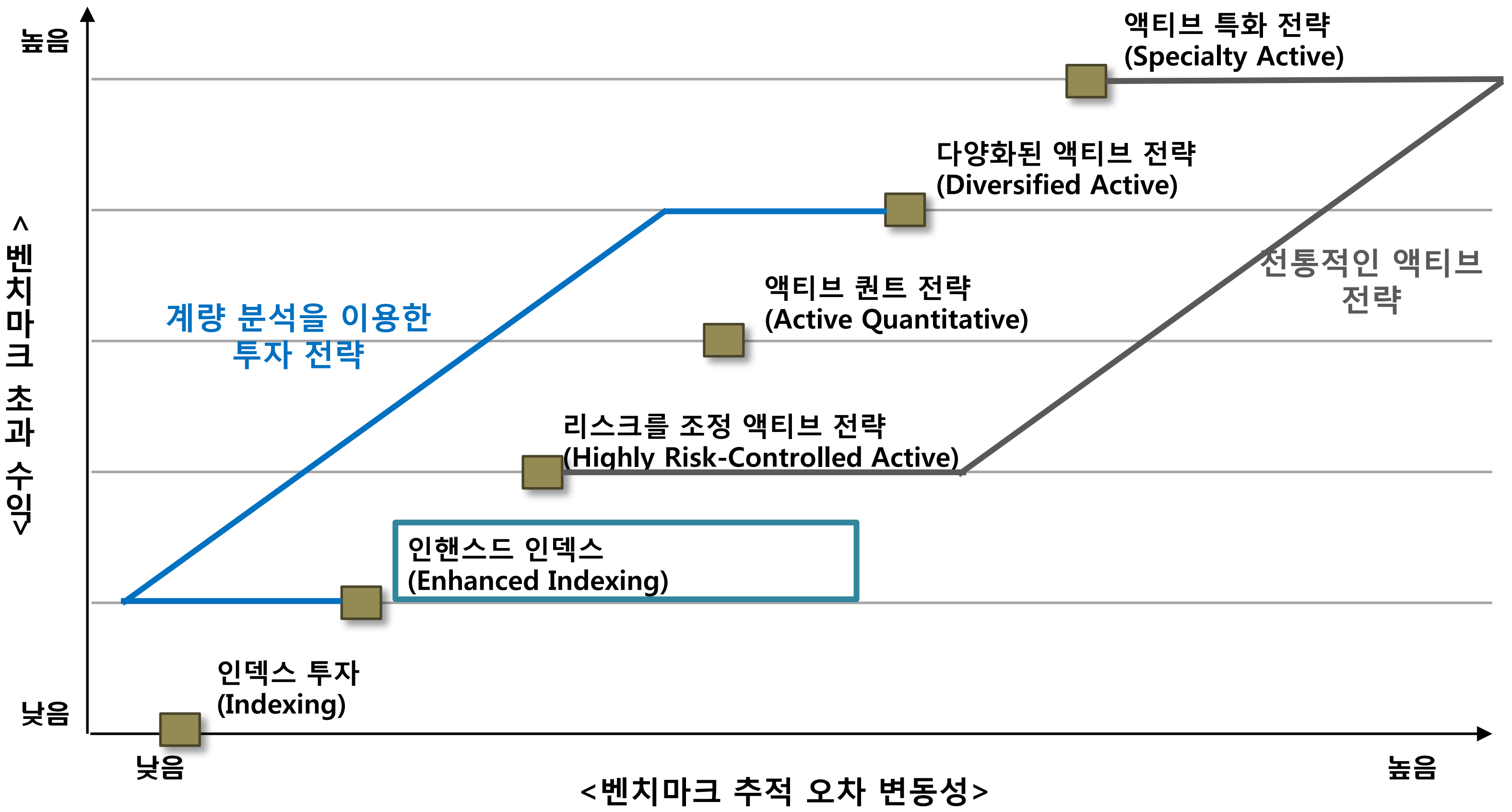
- 목차 -

Part 1. 문제 정의: 인핸스드 인덱스 투자 전략

- 인핸스드 인덱스 투자 전략
- 인핸스드 인덱스 투자 방법
- 틸팅과 정량분석을 이용한 인핸스드 인덱스 펀드 구성
- 참고 문헌

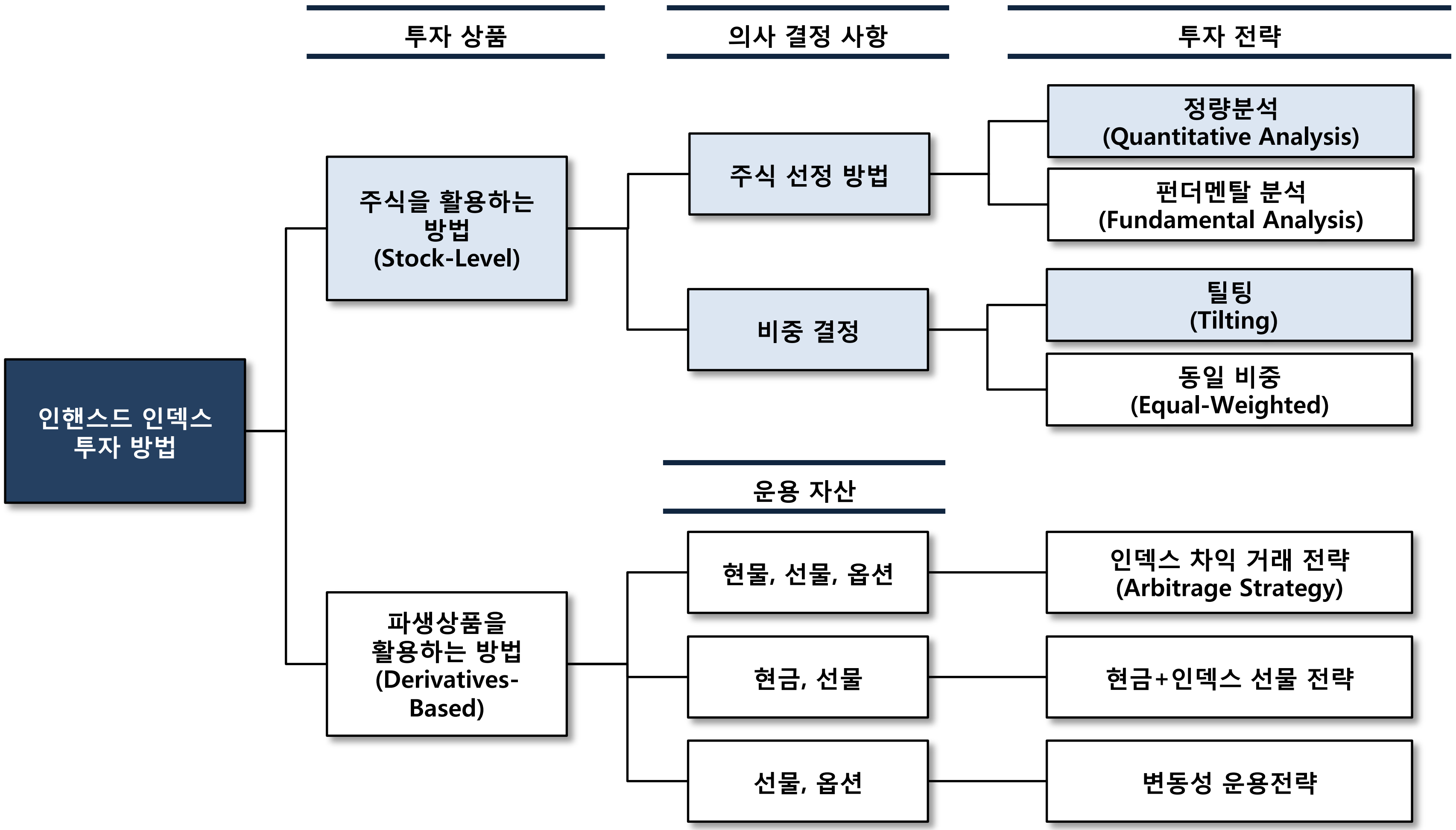
인핸스드 인덱스 투자 전략

자산 투자 전략



출처: N. Wicas, The case of structured equity: an active quantitative investment, strategy, Vanguard, Investment Counseling & Research, 2006

인핸스드 인덱스 투자 방법



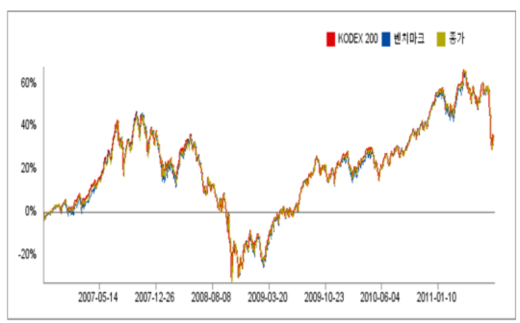
출처: 인덱스 펀드, “인덱스 펀드의 이해 - Enhanced 인덱스 펀드란,” http://indexfund.co.kr

틸팅과 정량분석을 이용한 인핸스드 인덱스 펀드 구성

인핸스드 인덱스 틸팅 전략 = **벤치마크 추적** + **벤치마크 초과 수익률**

ETF 상품

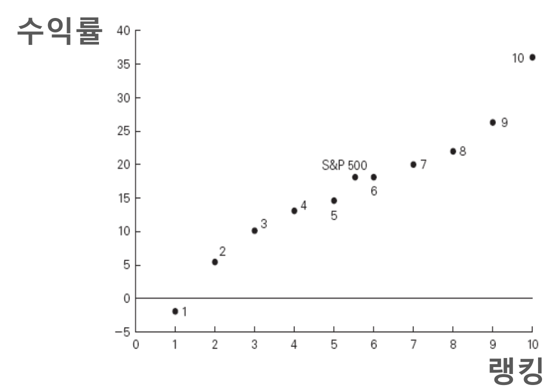
(ETF 인 KODEX 200과 KOSPI200의 수익률 비교)



출처: www.kodex.com, 기간: 2006. 10. 1~2010. 8. 18

주식 랭킹을 이용함

(랭킹을 이용한 자산 선정)



참고 문헌

- **인핸스드 인덱스 투자**
  - S&P 500을 고려한 투자 전략: T. Green, R. Jame (2011)
  - 인덱스 펀드를 포함하고 유전자 알고리즘을 이용한 포트폴리오 구성: 변현우, 송치우 (2008)
- **랭킹을 이용한 투자 전략 연구 – 외국계 투자 회사**
  - 랭킹을 이용한 투자의사 결정 : www.istockanalyst.com
  - 랭킹 포트폴리오 구성: www.superstockscreener.com
- **블랙리터만 모형 연구**
  - 블랙리터만 모형을 이용한 투자 전략: F. J. Fabozzi, S. M. Focardin (2006)
  - 요소를 고려한 틸팅 포트폴리오 구성: R. Jones, T. Lim, P. Zangari (2007)

➡ ***블랙리터만 모형을 이용한 인핸스드 인덱스 투자 전략 설계***

Part 2. 블랙리터만 모형 소개

- 블랙리터만 모형 프레임워크
- 균형기대수익률
- 투자자 전망 행렬
- 균형기대 수익률과 투자자 전망 행렬 결합
- 블랙리터만 모형 설명

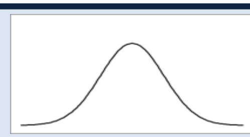
블랙리터만 모형 프레임워크

입력 모수

- 위험회피 성향: $\lambda = \dfrac{(E(r) - r_f)}{\sigma^2}$
- 분산 행렬: $\sum$
- 시가총액 비중: w_{mkt}
- 투자자 전망: Q
- 투자자 전망 불확실성: Ω

균형기대수익률 $\prod = \lambda \sum w_{mkt}$

균형기대수익률과 투자자 전망 분포



균형기대수익률 수익률 분포

$N \sim (\prod, \tau \sum)$

투자자 전망 분포

$N \sim (Q, \Omega)$

균형기대수익률과 투자자 전망 결합

(블랙리터만 수익률과 분산 계산)

$$E(r) = [(\tau \sum)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau \sum)^{-1} \prod + P'\Omega^{-1}Q]$$

모형에 대입

평균-분산모형 (Mean-Variance Model)

$$\text{maximize} \quad w' \cdot E(r) - \frac{\lambda}{2} w' \sum w$$

균형기대수익률의 의미

균형기대 수익률 | 투자자 전망 | 결합

평균수익률

$$\pi = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_{it}$$

π : 기대수익률

r_{it} : 자산 $\boldsymbol{i}$ 의 $\boldsymbol{t}$ 시점에서 수익률

T : 총 고려 기간

고려하지 않음

CAPM을 이용한 기대수익률

(CAPM 모형)

$$E(r_i) - r_f = \beta(E(r_m) - r_f)$$

(변수 치환)

$$\beta = \frac{\mathrm{cov}(r_i, r' w_m)}{\sigma_m^2} \qquad \pi = E(r) - r_f$$

$$\delta = \frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_m^2}$$

(균형기대수익률)

$$\pi = \lambda \sum w_m$$

역최적화를 이용한 기대수익률

(목적함수)

$$\pi w_m - \frac{1}{2}\lambda w_m \sum w_m$$

(평균분산모형 해)

$$w_m = (\lambda \sum)^{-1} \pi$$

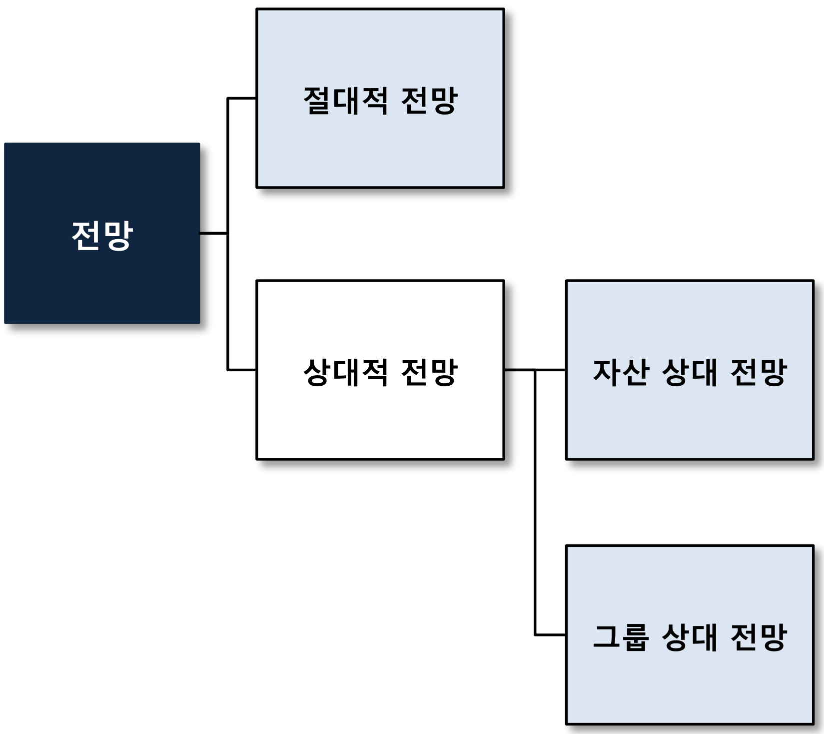
(역 최적화 기대수익률)

$$\pi = \lambda \sum w_m$$

(w_m : 시장비중 λ : 위험회피계수 $\sum$: 공분산행렬)

투자자 전망

투자 전망 유형



투자자 전망 반영 체계

(예시)

(절대적 전망) 자산 E 는 5% 수익률을 달성할 것이다

(자산 상대 전망) 자산 B의 수익률은 자산 A 보다 2% 높을 것이다

(그룹 상대 전망) 자산 B와 D의 수익률은 자산 C와 E의 수익률 보다 3% 높을 것이다

(절대적 전망)
(자산 상대 전망)
(그룹 상대 전망)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9 & -0.9 & 0.1 & -0.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E(r_A) \\ E(r_B) \\ E(r_C) \\ E(r_D) \\ E(r_E) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{PE(r) = q + e,\ e \sim N(0, \Omega)}$$

P : 투자자 전망 행렬

$E(r)$: 기대수익률

q : 투자자 전망에서 기대 수익률

e : 투자자 전망 오차

Ω : 오차항의 공분산 행렬

균형기대수익률과 투자자 전망의 결합 (1/2) – 최소자승법을 이용한 결합

균형기대 수익률 | 투자자 전망 | 결합

최소 자승 추정(Generalized Least Square Estimation)

$$\boxed{y = X\beta + e}$$

$y \in R^k$ 종속 변수

$X \in R^{k \times n}$ 독립 변수

$\beta \in R^n$ 추정값

$e \in R^k$ 오차 (단, 오차의 평균은 $\mathbf{0}$, 분산은 Σ)

가정 1) $E(y \mid X) = X\beta$

가정 2) $\mathrm{var}(y \mid X) = \Sigma \in R^{k \times k}$

가정 3) Σ 정부호 행렬 (Positive Definite Matrix)

최적선형불편추정량
(The Best Linear Unbiased Estimator, BLUE)

β 추정량 $\hat{\beta} = (X'\Sigma^{-1}X)^{-1}(X'\Sigma^{-1}y)$

β 분산 $(X'\Sigma^{-1}X)^{-1}$

균형기대수익률과 투자자 전망에 적용

균형 기대수익률

$\pi = E(r) + u$

$\pi \in R^n$ 균형기대수익률

$u \in R^n$ 오차 (단, 오차의 평균은 $\mathbf{0}$, 분산은 $\tau\Sigma$)

투자자 전망

$q = PE(r) + e$

$q \in R^k$ 전망 값

$P \in R^{k \times n}$ 전망 행렬

$e \in R^k$ 오차 (단, 오차의 평균은 $\mathbf{0}$, 분산은 $\mathbf{\Omega}$)

$E(r)$ (기대수익률)을 추정함

행렬 결합

$$\begin{pmatrix} \pi \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ P \end{pmatrix} E(r) + \begin{pmatrix} u \\ e \end{pmatrix}$$

최적선형불편추정량

기대수익률 추정값 $\left[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q\right]$

기대수익률 분산 $\left[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}$

균형기대수익률과 투자자 전망의 결합 (2/2) – 최소자승법을 이용한 결합

균형기대 수익률 | 투자자 전망 | **결합**

최적선형불편추정량 적용

균형기대수익률과 전망행렬 결합 표기

$$\begin{pmatrix}\pi\\ q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}I\\ P\end{pmatrix}E(r)+\begin{pmatrix}u\\ e\end{pmatrix}$$

(단, $\mathrm{var}\begin{pmatrix}u\\ e\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\tau\Sigma & 0\\ 0 & \Omega\end{pmatrix}$)

기대수익률 추정

$$\hat{E}(r)=\left[\begin{pmatrix}I & P'\end{pmatrix}\begin{pmatrix}(\tau\Sigma) & 0\\ 0 & \Omega\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}I\\ P\end{pmatrix}\right]^{-1}\left[\begin{pmatrix}I & P'\end{pmatrix}\begin{pmatrix}(\tau\Sigma) & 0\\ 0 & \Omega\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}\pi\\ q\end{pmatrix}\right]$$

$$=\left[\begin{pmatrix}(\tau\Sigma)^{-1} & P'\Omega^{-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}I\\ P\end{pmatrix}\right]^{-1}\left[\left((\tau\Sigma)^{-1}P'\Omega^{-1}\right)\begin{pmatrix}\pi\\ q\end{pmatrix}\right]$$

$$=\left[(\tau\Sigma)^{-1}+P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[(\tau\Sigma)^{-1}\pi+P'\Omega^{-1}q\right]$$

최적선형불편추정량

$$\because\ \hat{\beta}=(X'\Sigma^{-1}X)^{-1}(X'\Sigma^{-1}y)$$

$$X=\begin{pmatrix}I\\ P\end{pmatrix},\quad y=\begin{pmatrix}\pi\\ q\end{pmatrix},\quad \Sigma=\begin{pmatrix}\tau\Sigma & 0\\ 0 & \Omega\end{pmatrix}.$$

블랙리터만 수익률을 이용한 포트폴리오 구성 방법

블랙리터만 수익률의 의미

(블랙리터만 기대 수익률)

$$\mu_{BL} = \left[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q\right]$$

가중 결합

	평균	분산
균형기대수익률	π	$\tau\Sigma$
투자자 전망	$PE(r) = q$	$P'\Omega^{-1}P$

틸팅 효과

$$\mu_{BL} = \Pi + \boxed{(\tau\Sigma)P'(\Omega + \tau P\Sigma P')^{-1}(q - P\Pi)}$$

균형기대수익률 전망에 의한 틸팅

포트폴리오 구성

(블랙리터만 포트폴리오)

$$\text{Maximize} \quad w' \cdot \mu_{BL} - \frac{\lambda}{2} w' \Sigma w$$

μ_{BL} : 블랙리터만 수익률

w_m : 시장비중

Σ : 공분산행렬

λ : 위험회피계수

평균분산모형의 수익률 부분을

블랙리터만 수익률로 대체하여 포트폴리오를 구성함

Part 3. 블랙리터만 모형을 이용한 인핸스드 인덱스 투자 전략

- 블랙리터만 모형 프레임워크
- 균형기대 수익률 계산
- 랭킹을 이용한 전망행렬 생성
- 블랙리터만 포트폴리오 구성
- ETF 결합 방법
- ETF를 고려한 인핸스드 인덱스 펀드 구성

블랙리터만 모형을 이용한 인핸스드 인덱스 전략 프레임워크

균형기대 수익률

벤치마크 위험회피계수

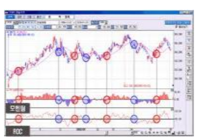
$$\lambda = \frac{r_B - r_f}{\sigma_B^2}$$

균형기대수익률 계산

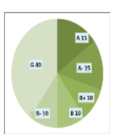
$$\pi = \lambda \sum w_m$$

전망 행렬

수익률 모멘텀



랭크설정



Rank 1
...
...
Rank 7

그룹 간 전망행렬

강한 전망: Rank1: 강력 매수 = Rank 7: 강력 매도 + 2%

전망: Rank 2: 매수 추천 = Rank 6: 매도 추천 + 1%

약한 전망: Rank3: 매수 = Rank5: 매도 + 0.5%

ETF 상품을 고려한 블랙리터만 모형

BL 포트폴리오 + **ETF 상품**

실험 데이터에 ETF 상품 포함: ETF 상품을 주식의 일종으로 사용함

균형기대 수익률 비율 계산 방법: 균형기대수익률을 ETF 상품에 투자

가중결합 방식: 분산을 고려한 두 평균의 가중 평균

IR 최대화 모형 (정보비율 최대화)

$$f(\alpha) = \frac{\alpha_P(\alpha)}{TE_P(\alpha)}$$

ETF 최대화 모형 (최적화 모형 설계)

Max ETF 비중

s. t BL모형보다 우수한 IR 포트폴리오 생성

균형기대 수익률

균형기대수익률 계산

$$\pi = \lambda \sum w_m$$

π : 균형기대수익률

w_m : 자산 비중

λ : 위험회피계수

$\sum$: 공분산행렬

벤치마크를 이용한 위험회피 계수

$$\lambda = \frac{r_B - r_f}{\sigma_B^2}$$

r_B : 벤치마크 수익률(KOPSI 200)

σ_B^2 : 벤치마크 분산

r_f : 무위험자산 수익률

랭킹을 이용한 전망행렬 생성

모멘텀을 이용한 투자 의사결정 랭킹 생성

모멘텀

(주식 가격 모멘텀을 정의)

$$z_{t,i} = \frac{P_{t-1_{day},i} - P_{t-1_{day}-9montsh,i}}{P_{t-1_{day}-9montsh,i} \cdot \sigma_i}$$

$z_{t,i}$: t 시점에서 자산 i의 모멘텀
$P_{t,i}$: t 시점에서 자산 i의 가격
σ_i : 자산 i의 표준편차

모멘텀 크기 별로 7개 그룹 생성

랭킹 그룹

Rank1: 강력 매수	Rank 2: 매수 추천	Rank3: 매수
	Rank 4: 보유/유지	
Rank5: 매도	Rank 6: 매도 추천	Rank 7: 강력 매도

전망 행렬 생성

					(전망값)
강한 전망	Rank1: 강력 매수	=	Rank 7: 강력 매도	+	2%
중립 전망	Rank 2: 매수 추천	=	Rank 6: 매도 추천	+	1%
약한 전망	Rank3: 매수	=	Rank5: 매도	+	0.5%

수식으로 표현

강한 전망 $$\frac{1}{n_1}\sum_{i\in R_1}\mu_i = \frac{1}{n_7}\sum_{i\in R_7}\mu_i + 2$$

중립 전망 $$\frac{1}{n_2}\sum_{i\in R_2}\mu_i = \frac{1}{n_6}\sum_{i\in R_6}\mu_i + 1$$

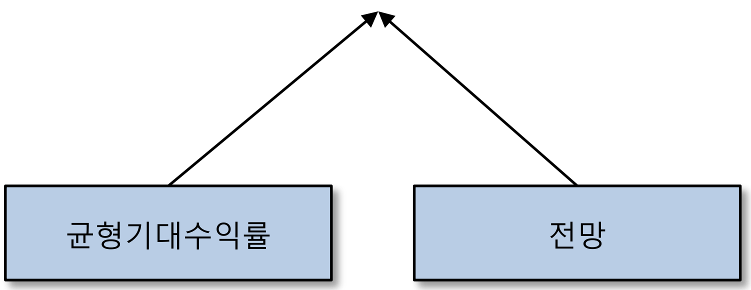
약한 전망 $$\frac{1}{n_3}\sum_{i\in R_3}\mu_i = \frac{1}{n_5}\sum_{i\in R_5}\mu_i + 0.5$$

블랙리터만 포트폴리오 구성

블랙리터만 수익률 계산

(블랙리터만 기대 수익률)

$$\mu_{BL} = \left[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q\right]$$



(평균) π

(분산) Σ

(평균) $PE(r) = q$

(분산) $\Omega = diag(\tau P'\Sigma P)$

블랙리터만 포트폴리오 구성 (EIF1)

(블랙리터만 포트폴리오)

Maximize $w' \cdot \mu_{BL} - \dfrac{\lambda}{2} w'\Sigma w$

Subject to $w' \cdot 1 = 1$ **(비중 제약)**

$w \geq 0$ **(공매도 금지 제약)**

투자 제약을 고려한 해(w) 도출

포트폴리오 구성

ETF 결합 방식 제시


결합 유형
결합 방법
ETF 비율 계산 방법
B-L 모형과 ETF 상품 결합
실험 데이터에 ETF 상품 포함 (EIF 1)
B-L 모형 포트폴리오와 ETF 결합
직관적 방법
균형기대수익률 비율 계산 (EIF 2)
가중결합 (EIF 3)
IR을 이용한 최적화 모형 이용
IR 최대화 모형 (EIF 4)
ETF 최대화 모형 (EIF 5 & 6)

ETF를 고려한 인핸스드 인덱스 펀드 구성 – 직관적 방법

균형기대수익률 비율 계산 방법 | 가중결합 방식 | SR을 이용한 모형 | IR을 이용한 모형

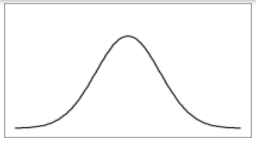
EIF 2: 균형기대수익률 비율 계산 방법

블랙리터만 수익 (r) = 균형기대 수익(r_{Π}) + 전망에 의한 수익

	균형기대 수익(r_{Π})	전망에 의한 수익
투자 목적	안정적인 수익률 확보	초과수익률 달성
투자 방안	ETF 상품 투자	BL모형에서 고려한 자산
투자 비율	$w_{ETF} = r_{\Pi}/r$	$1 - w_{ETF}$

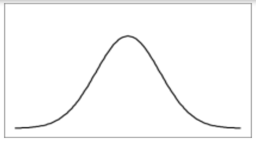
EIF 3: 가중결합 방식

ETF



평균 μ_{ETF}
분산 σ^2_{ETF}

BL 포트폴리오



평균 μ_{BL}
분산 σ^2_{BL}

평균과 분산을 이용한 가중 결합 방식

<포트폴리오 평균>

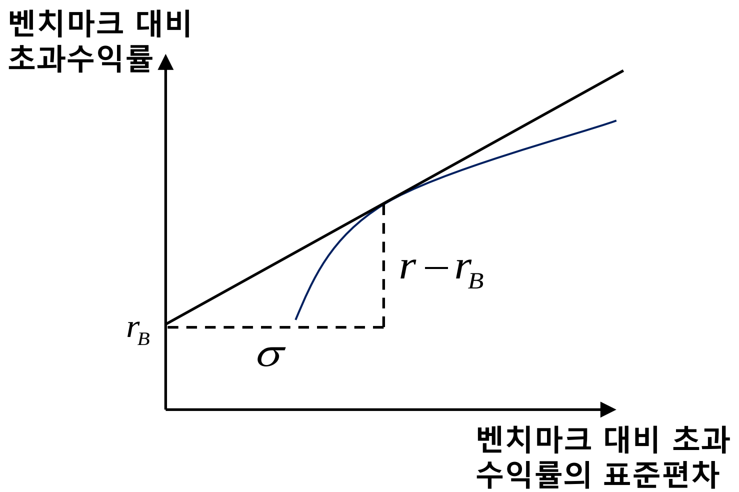
$$\mu_P = \left[\frac{1}{\sigma^2_{ETF}} + \frac{1}{\sigma^2_{BL}}\right]^{-1}\left[\frac{1}{\sigma^2_{ETF}}\mu_{ETF} + \frac{1}{\sigma^2_{BL}}\mu_{BL}\right]$$

<ETF 비중>

$$w_{ETF} = \frac{1}{\sigma^2_{ETF}} / \left[\frac{1}{\sigma^2_{ETF}} + \frac{1}{\sigma^2_{BL}}\right]$$

ETF를 고려한 인핸스드 인덱스 펀드 구성 – IR 최대화 모형

정보 비율 (Information Ratio, IR)



정보 비율 $IR = \dfrac{r - r_B}{\sigma}$

- r : 자산 수익률
- r_B : 벤치마크의 수익률
- σ : 벤치마크 대비 초과 수익률의 표준편차

EIF 4: IR 최대화 모형

새로운 포트폴리오 = **ETF 상품** + **BL 모형에 의한 포트폴리오**

<u>용어 정의</u>

- x : ETF 상품 비율
- α_i : 자산 i 의 초과수익률
- TE_i : 자산 i 의 추적오차
- $\mathrm{cov}(\mu_i, \mu_j)$: 자산 i 와 자산 j 의 초과수익률의 공분산

<u>IR을 최대로 하는 ETF 상품 비율 (x) 결정 문제</u>

$$\underset{x \in R^1}{\textbf{maximize}} \quad \frac{x\alpha_{ETF} + (1-x)\alpha_{BL}}{\sqrt{x^2 TE_{ETF}^2 + (1-x)^2 TE_{BL}^2 + 2x(1-x)\,\mathrm{cov}(\alpha_{ETF}, \alpha_{BL})}}$$

ETF를 고려한 인핸스드 인덱스 펀드 구성 – ETF 최대화 모형

개념 모형

(목적함수)

벤치마크 추적 오차 최소 → ETF 비중 확대

(제약조건)

포트폴리오의 정보 비율

자산 1
자산 2
⋮
자산 n

\+ ETF

≥

BL 모형에 의한 포트폴리오의 정보 비율

EIF 5: ETF 최대화 모형

maximize w_{ETF}

Subject to $w_{ETF} + \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$

$$\frac{w_{ETF}\mu_{ETF} + \sum_{i=1}^{n} w_i \mu_i}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} w_{ETF} w_j \sigma_{ETF,j} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij}}} \geq IR_{BL}$$

$w_i \geq 0, \qquad i = 1, 2, \cdots, n,$

$w_{ETF} \geq 0.$

($\sigma_{i,j}$:i와 j의 추적오차 공분산)

ETF를 고려한 인핸스드 인덱스 펀드 구성 – ETF 최대화 모형

개념 모형

(목적함수)

벤치마크 추적 오차 최소 → ETF 비중 확대

(제약조건)

포트폴리오의 초과수익률

자산 1
자산 2
:
자산 n
\+ ETF ≥ BL 모형에 의한 포트폴리오의 초과수익률

포트폴리오의 추적 오차

자산 1
자산 2
:
자산 n
\+ ETF ≥ BL 모형에 의한 포트폴리오의 추적 오차

EIF 6: ETF 최대화 모형

$$\text{maximize} \quad w_{ETF}$$

$$\text{Subject to} \quad w_{ETF} + \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

$$w_{ETF}\mu_{ETF} + \sum_{i=1}^{n} w_i \mu_i \geq \alpha_{BL}$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_{ETF} w_j \sigma_{ETF,j} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \leq TE_{BL}^2$$

$$w_i \geq 0, \qquad i = 1, 2, \cdots, n,$$

$$w_{ETF} \geq 0.$$

($\sigma_{i,j}$:i와 j의 추적오차 공분산)

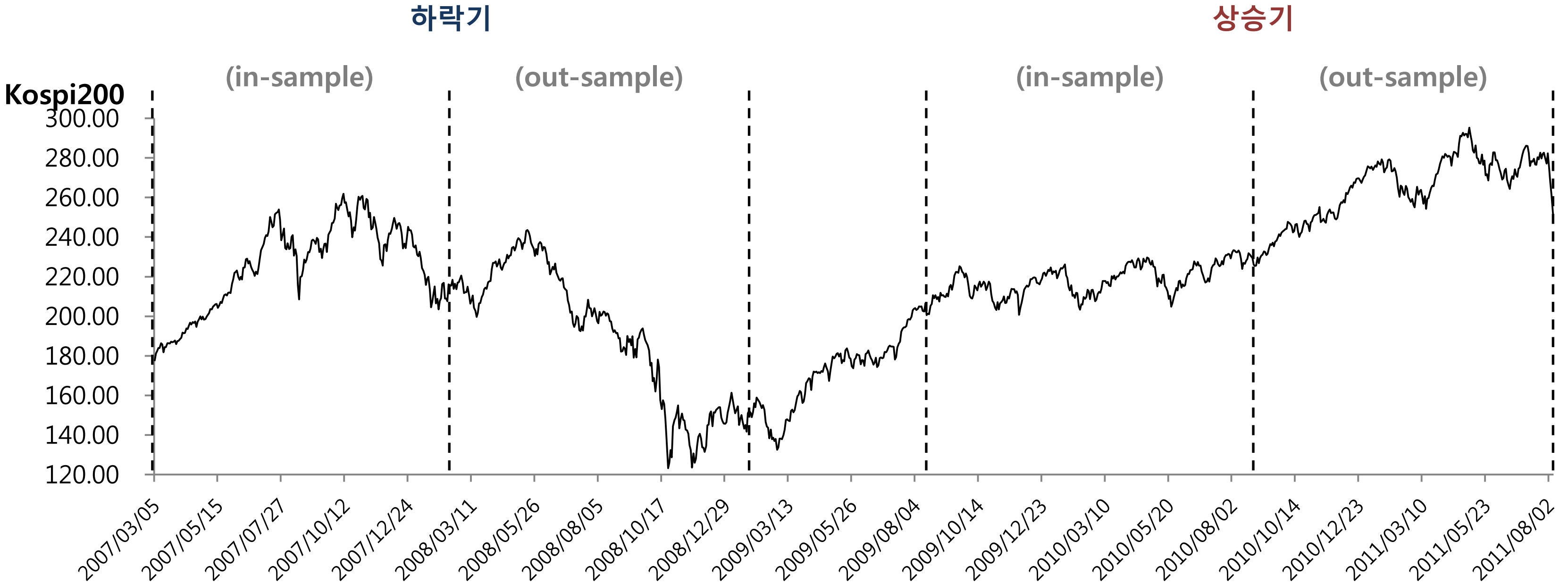
Part 4. 실험결과

- 데이터 선정과 기간
- 실험 결과
- 결론 및 향후 과제

데이터 선정과 기간

- KOSPI 200에 속하는 주식 (해당 기간에 속하는 종목 중 데이터가 부족한 종목은 제외)
- 하락기 In-sample(2007/3/5-2008/3/4), Out-sample(2008/3/5-2009/3/4)

  상승기 In-sample(2009/8/5-2010/8/4), Out-sample(2010/8/5-2011/8/4)



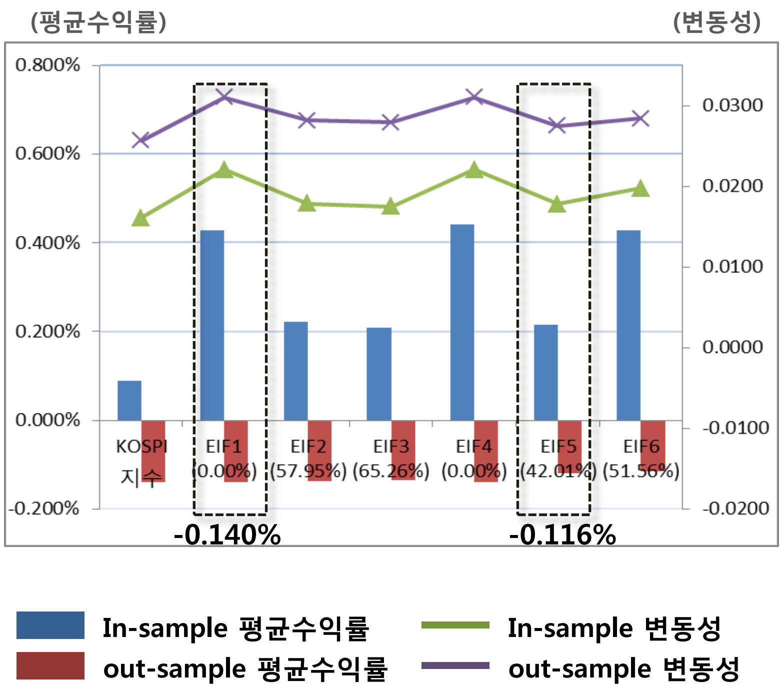
실험 결과 – 지표 비교(하락기)

- 하락기(Out-sample)에서 블랙리터만 포트폴리오(EIF1) 보다 ETF 최대화 모형(EIF5)가 변동성 측면에서 우수한 성과를 보임
- ETF 추가로 베타가 1에 가까워짐(=KOSPI200 추적오차 감소)
- Out-sample 에서 정보비율은 EIF1보다 EIF5가 우수함

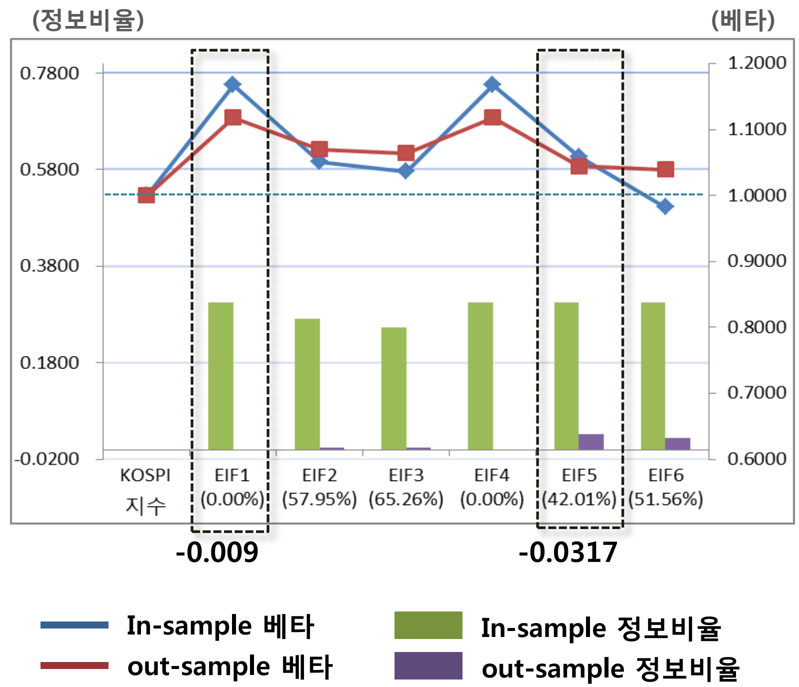
(하락기)		평균수익		변동성		베타		알파		IR	
포트폴리오	ETF 비중	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample
KOSPI 지수	-	0.090%	-0.140%	0.0161	0.0257	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
EIF1	0.00%	0.429%	-0.140%	0.0221	0.0311	0.2207	0.4046	-0.0001	-0.0009	0.3057	-0.0009
EIF2	57.95%	0.223%	-0.136%	0.0179	0.0282	0.6600	0.7050	0.0000	-0.0005	0.2719	0.0039
EIF3	65.26%	0.208%	-0.136%	0.0175	0.0279	0.7154	0.7429	0.0007	-0.0004	0.2535	0.0050
EIF4	0.00%	0.442%	-0.140%	0.0221	0.0311	0.2207	0.4046	0.0007	-0.0009	0.3057	-0.0009
EIF5	42.01%	0.216%	-0.119%	0.0178	0.0275	0.5642	0.6304	0.0000	-0.0006	0.3057	0.0317
EIF6	51.56%	0.429%	-0.116%	0.0197	0.0285	0.5638	0.6412	-0.0001	-0.0006	0.3057	0.0232

실험 결과 – 지표 비교(하락기)

- 하락기(Out-sample)에서 블랙리터만 포트폴리오(EIF1) 보다 ETF 최대화 모형(EIF5)가 변동성 측면에서 우수한 성과를 보임
- ETF 추가로 베타가 1에 가까워짐(=KOSPI200 추적오차 감소)
- Out-sample 에서 정보비율은 EIF1보다 EIF5가 우수함



(숫자%) ETF가 차지하는 비중



(숫자%) ETF가 차지하는 비중

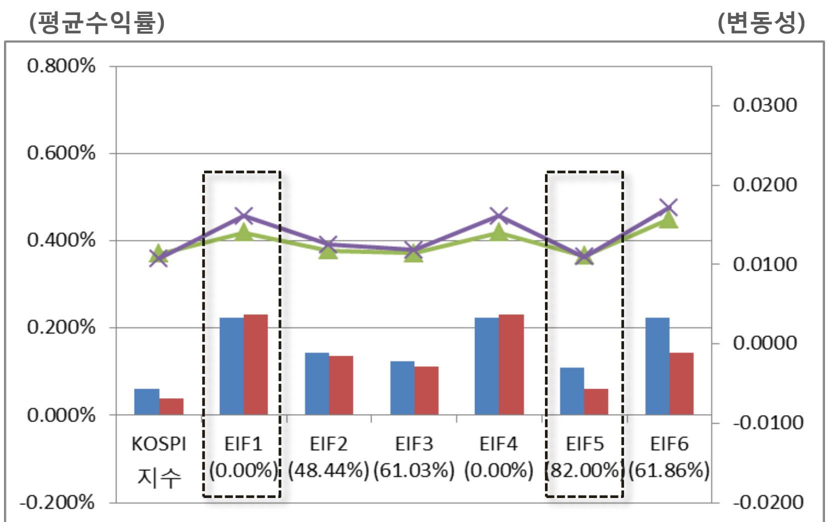
실험 결과 – 지표 비교(상승기)

- 상승기(Out-sample)에서 블랙리터만 포트폴리오(EIF1) 보다 ETF 최대화 모형(EIF5)의 변동성 측면에서 우수함
- ETF 추가로 베타가 1에 가까워짐(=KOSPI200 추적오차 감소)
- Out-sample 에서 ETF 비중 증가로 초과수익률 달성이 어렵기 때문에, IR과 수익률 측면에서 EIF1보다 성과가 낮음

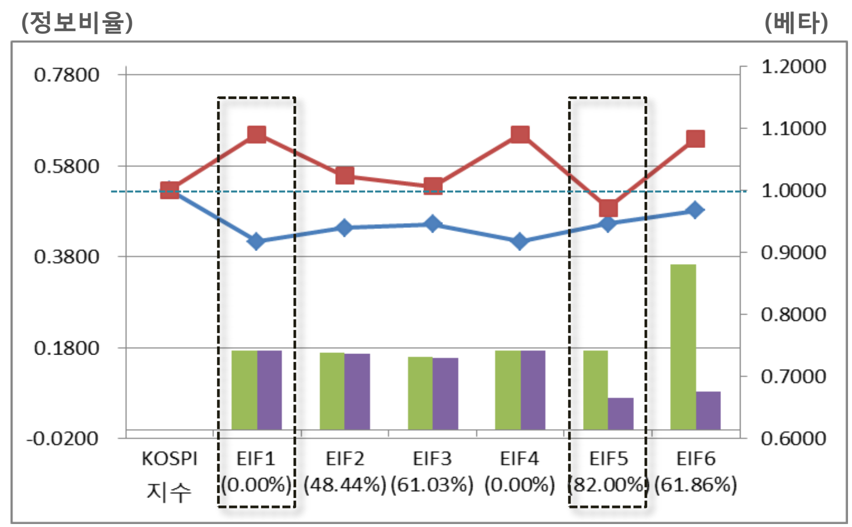
(상승기)		평균수익		변동성		베타		알파		IR	
포트폴리오	ETF 비중	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample
KOSPI 지수	-	0.060%	0.038%	0.0113	0.0107	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
EIF1	0.00%	0.223%	0.230%	0.0140	0.0161	0.1559	0.1531	0.0003	0.0000	0.1739	0.1744
EIF2	48.44%	0.144%	0.136%	0.0118	0.0125	0.5587	0.5462	0.0001	0.0000	0.1683	0.1673
EIF3	61.03%	0.123%	0.112%	0.0115	0.0118	0.6634	0.6484	0.0001	0.0000	0.1603	0.1582
EIF4	0.00%	0.223%	0.230%	0.0140	0.0161	0.1559	0.1531	0.0003	0.0000	0.1739	0.1744
EIF5	82.00%	0.109%	0.060%	0.0111	0.0109	0.8366	0.8212	0.0000	0.0000	0.1739	0.0696
EIF6	61.86%	0.223%	0.142%	0.0157	0.0172	0.6605	0.6421	0.0000	0.0000	0.3629	0.0835

실험 결과 – 지표 비교(상승기)

- 상승기(Out-sample)에서 블랙리터만 포트폴리오(EIF1) 보다 ETF 최대화 모형(EIF5)의 변동성 측면에서 우수함
- ETF 추가로 베타가 1에 가까워짐(=KOSPI200 추적오차 감소)
- Out-sample 에서 ETF 비중 증가로 초과수익률 달성이 어렵기 때문에, IR과 수익률 측면에서 EIF1보다 성과가 낮음



-0.230% -0.060%



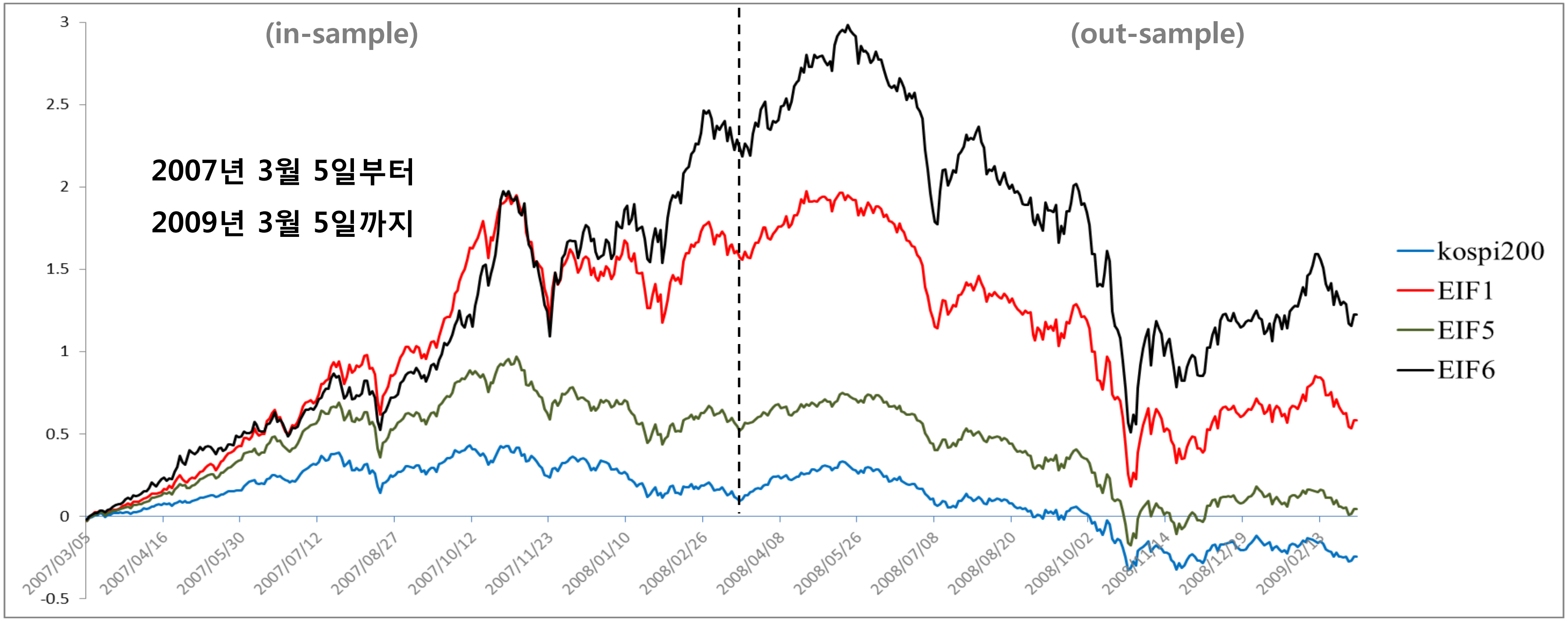
0.1744 0.0696

In-sample 평균수익률
out-sample 평균수익률
In-sample 변동성
out-sample 변동성
(숫자%) ETF가 차지하는 비중

In-sample 베타
out-sample 베타
In-sample 정보비율
out-sample 정보비율
(숫자%) ETF가 차지하는 비중

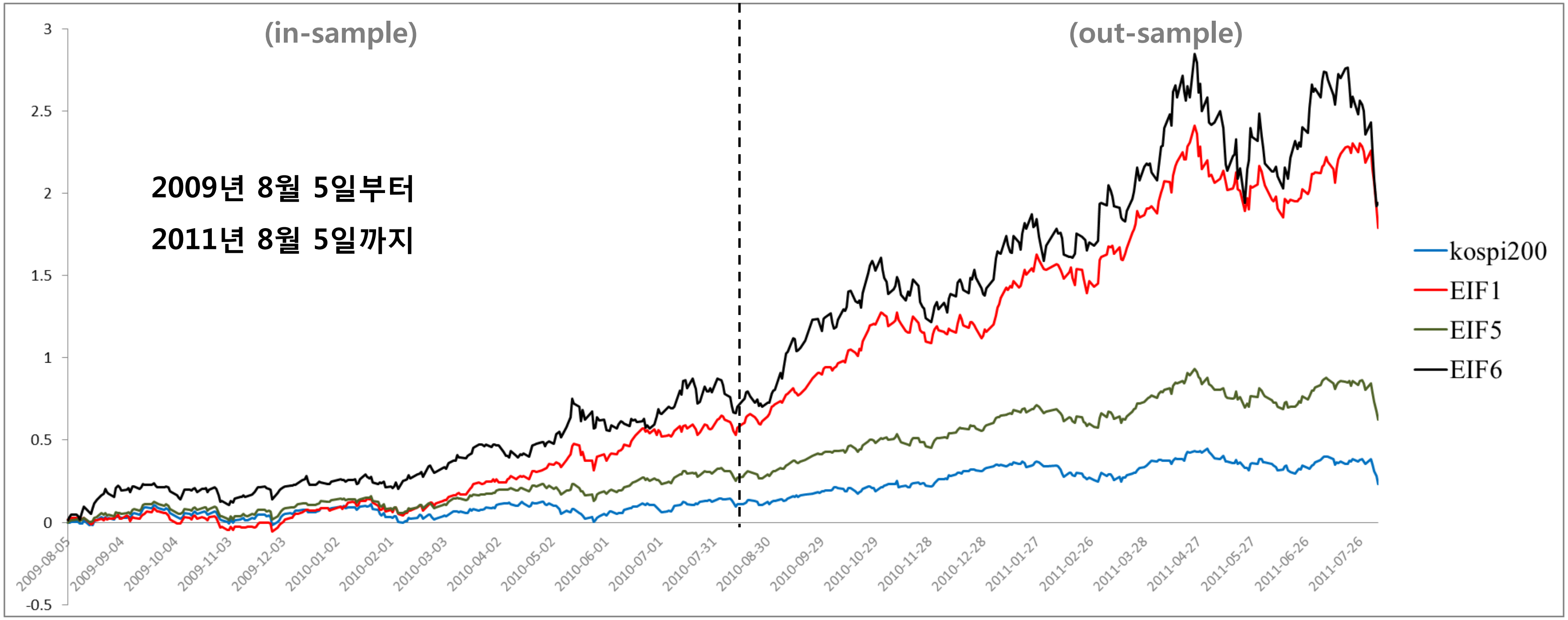
실험 결과 – 누적수익률 비교(하락기)

- 하락기에서 블랙리터만 포트폴리오(EIF1), ETF 최대화 모형(EIF5 &6)은 KOSPI200보다 우수한 수익률을 냄
- 하락기에서 EIF1는 수익률 하락폭이 크고, EIF5는 변동성이 작음
- EIF 6은 KOSPI200을 추적하기 어려움



실험 결과 – 누적수익률 비교(상승기)

- 상승기에서 블랙리터만 포트폴리오(EIF1), ETF 최대화 모형(EIF5 &6)은 KOSPI200보다 우수한 수익률을 냄
- 상승기에서 EIF1은 EIF5보다 수익률과 변동성이 큼 ➔ High Risk, High Return의 성격을 띔
- EIF5는 KOSPI200을 추적하며 KOSPI200보다 우수한 수익률을 냄



결과 및 요약

- 연구 요약

  - 블랙리터만 모형을 이용한 인핸스드 인덱스 전략 구축
  - 랭킹을 이용한 포트폴리오 투자 전략 구축
  - 인핸스드 인덱스 전략을 위한 최적화 모형 설계

- 향후 연구 과제

  -블랙리터만 모형의 위험 지표 확장 연구

  -블랙리터만 모형의 모수 입력 체계 분석